Proyecto MaTEX

Ecuaciones y Sistemas

Fco Javier González Ortiz

Directorio

- Tabla de Contenido
- Inicio Artículo

D.L.:SA-1415-2004

ISBN: 84-688-8267-4

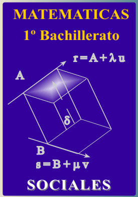


Tabla de Contenido

1. **Ecuaciones**
   - 1.1. **Cuadráticas**
   - 1.2. **De grado mayor que 2**
     - • Bicuadradas • Por Ruffini • Por factorización
   - 1.3. **Con radicales**
2. **Sistemas**
   - 2.1. **Sistemas lineales**
     - • Por reducción • Por sustitución
   - 2.2. **Sistemas no lineales**
3. **Inecuaciones en la recta real**
   - 3.1. **Desigualdades**
     - • Propiedades de las desigualdades
   - 3.2. **Inecuaciones lineales**
   - 3.3. **Inecuaciones no lineales**
   - 3.4. **Sistemas de inecuaciones**
4. **Inecuaciones en el plano**
   - 4.1. **Sistemas de inecuaciones**

Soluciones a los Ejercicios

1. Ecuaciones

1.1. Cuadráticas

Recordamos que las ecuaciones de segundo grado o **cuadráticas** son de la forma

$$a\,x^2 + b\,x + c = 0 \qquad a \neq 0 \tag{1}$$

y sus soluciones se obtienen con la expresión,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{2}$$

Al radicando $\Delta = b^2 - 4\,a\,c$ se le llama discriminante y según su valor sea o no positivo, la ecuación tendrá una, dos o ninguna solución;

$$\begin{array}{cc} \Delta > 0 & 2 \text{ soluciones} \\ \Delta = 0 & 2 \text{ soluciones} \\ \Delta < 0 & 2 \text{ sin solución} \end{array}$$

Ejemplo 1.1. Resolver la ecuación $x^2 - 3\,x - 4 = 0$

Solución:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \boxed{x_1 = -1} \\ \boxed{x_2 = 4} \end{array} \right.$$

$\square$

Ejemplo 1.2. Resolver

$$x^2 + x + 1 = 0$$

Solución:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{-2}}{2} \Rightarrow \text{ no tine solución}$$

□

Cuando en la ecuación 1 falta algún término se llama incompleta y se puede sacar factor común o despejar :

Ejemplo 1.3. Resolver la ecuación $x^2 + x = 0$

Solución: Se saca factor común,

$$x(x+1) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x_1 = 0} \\ \boxed{x_2 = -1} \end{array} \right.$$

□

Ejemplo 1.4. Resolver la ecuación $x^2 - 4 = 0$

Solución: Se despeja

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x_1 = 2} \\ \boxed{x_2 = -2} \end{array} \right.$$

□

MaTEX
Ecuaciones y Sistemas
◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

1.2. De grado mayor que 2

- **Bicuadradas**

Las ecuaciones de cuarto grado sin potencias impares se llaman **bicuadradas** y son de la forma

$$\boxed{a\,x^4 + b\,x^2 + c = 0 \qquad a \neq 0} \tag{3}$$

y sus soluciones se obtienen con la fórmula ecuación 2

$$\boxed{x^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \tag{4}$$

Ejemplo 1.5. Resolver la ecuación

$$x^4 - 3\,x^2 - 4 = 0$$

Solución:

$$x^2 = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 = -1 \\ x^2 = 4 \end{array} \right. \quad \boxed{x = \pm 2}$$

□

Ejercicio 1. Resolver las ecuaciones bicuadradas:

a) $x^4 - 5\,x^2 + 6 = 0$ b) $x^4 + 2\,x^2 - 3 = 0$ c) $x^4 + 4\,x^2 + 3 = 0$

- **Por Ruffini**

El problema de encontrar métodos directos para resolver las ecuaciones de grado mayor que 2 tiene detrás una gran historia y esfuerzo, (problema que ocupó a generaciones de matemáticos) y acumula unos 400 años de grandes esfuerzos.

$$a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d = 0 \qquad a \neq 0 \tag{5}$$

Aquí mostramos un método que es sencillo pero solo funciona en algunas ocasiones. Le conocemos como el método de Ruffini[1].

El caso más sencillo es cuando $P(x)$ tenga alguna raíz entera. En este caso la raíz tiene que ser un divisor del término independiente. Esto se debe al siguiente teorema.

Teorema 1.1. Raíces enteras de un polinomio .

> Si $x = a$ es una raíz entera de
>
> $$P(x) = a_3\,x^3 + a_2\,x^2 + a_1\,x + a_0$$
>
> entonces a divide al término independiente a_0

[1] Paolo RUFFINI (1765 - 1822)Matemático y médico italiano.

Ejemplo 1.6. Resolver la ecuación $x^3 - 2\,x^2 - 5\,x + 6 = 0$.

Solución: Si hay una solución entera estará entre los divisores de 30.

		1	-2	-5	6
Aplicamos Ruffini con $x = 1$ $\triangleright$	1		1	-1	-6
Cociente $x^2 - x - 6$ $\triangleright$		1	-1	-6	$\boxed{0}$
Aplicamos Ruffini con $x = -2$ $\triangleright$	-2		-2	6	
Cociente $x - 3$ $\triangleright$		1	-3	$\boxed{0}$	
Aplicamos Ruffini con $x = 3$ $\triangleright$	3		3		
		1	$\boxed{0}$		

Luego la factorización de $P(x)$ tiene tres factores lineales:

$$P(x) = x^3 - 2\,x^2 - 5\,x + 6 = (x-1)(x+2)(x-3).$$

y las raíces son $\boxed{x_1 = 1 \quad x_2 = -2 \quad x_3 = 3}$. $\square$

Ejemplo 1.7. Resolver la ecuación $x^4 + x^3 - 19\,x^2 + 11x + 30 = 0$.

Solución: Si hay una solución entera estará entre los divisores de 30.

		1	1	-19	11	30
Aplicamos Ruffini con $x = -1$ $\triangleright$	-1		-1	0	19	-30
Cociente $x^3 - 19x + 30$ $\triangleright$		1	0	-19	30	$\boxed{0}$
Aplicamos Ruffini con $x = 2$ $\triangleright$	2		2	4	-30	
Cociente $x^2 + 2x - 15$ $\triangleright$		1	2	-15	$\boxed{0}$	
Aplicamos Ruffini con $x = 3$ $\triangleright$	3		3	15		
Cociente $x + 5$ $\triangleright$		1	5	$\boxed{0}$		
Aplicamos Ruffini con $x = -5$ $\triangleright$	-5		-5			
		1	$\boxed{0}$			

Luego la factorización de $P(x)$ tiene cuatro factores lineales:

$$P(x) = x^4 + x^3 - 19\,x^2 + 11x + 30 = (x+1)(x-2)(x-3)(x+5)$$

y las raíces son $\boxed{x_1 = -1, \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 3 \quad x_4 = -5}$. $\square$

MATEMATICAS 1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
Ecuaciones y Sistemas
◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejemplo 1.8. Resolver la ecuación

$$x^3 - 8\,x^2 + 18\,x - 11 = 0$$

Solución: Si hay una solución entera estará entre los divisores de 11 que son ± 1 y ± 11. Probamos con $x = 1$

	1	-8	18	-11
1		1	-7	11
	1	**-7**	**11**	$\boxed{0}$

En el recuadro final está el resto. Cuando éste vale 0 hemos encontrado una raíz o solución. En este caso $x_1 = 1$.

Los números en negrita son los coeficientes del polinomio de 2º grado $x^2 - 7\,x + 11 = 0$. Cuyas soluciones ya sabemos hallar.

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)} = \frac{7 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{7 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \dfrac{7 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

□

Ejemplo 1.9. Resolver la ecuación $x^3 - 2\,x^2 - 9\,x + 18 = 0$

Solución: Probamos con $x = 2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -9 & 18 \\ 2 & & 2 & 0 & -18 \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{-9} & \boxed{0} \end{array}$$

Hemos encontrado una raíz o solución. En este caso $x_1 = 2$. Los números en negrita son los coeficientes del polinomio de 2º grado $x^2 - 9 = 0$. Cuyas soluciones son.

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} x = -3 \\ x = 3 \end{array} \right.$$

□

Ejemplo 1.10. Resolver la ecuación

$$2x^3 - 6\,x^2 + x - 3 = 0$$

Solución: Probamos con $x = 3$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -6 & 1 & -3 \\ 3 & & 6 & 0 & 3 \\ \hline & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \boxed{0} \end{array}$$

Hemos encontrado una raíz o solución. En este caso $x_1 = 3$. Los números en negrita son los coeficientes del polinomio de 2º grado $2\,x^2 + 1 = 0$, que no tiene solución. □

- **Por factorización**

Algunas ecuaciones de grado mayor que 2 que no tienen término independiente se pueden **factorizar** o escribir como un producto de factores. Usaremos como técnica de resolución:

- se extrae factor común.
- y se iguala cada factor a 0.

Ejemplo 1.11. Resolver la ecuación

$$x^2 + 3\,x = 0$$

Solución: Se extrae factor común

$$x^2 + 3\,x = 0 \Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \boxed{x = 0} \\ x + 3 = 0 & \boxed{x = -3} \end{cases}$$

□

Ejemplo 1.12. Resolver la ecuación $x^4 + 4\,x^2 = 0$

Solución: Se extrae factor común

$$x^4 + 4\,x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 & \boxed{x = 0} \\ x^2 + 4 = 0 & \text{no tiene solución} \end{cases}$$

□

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejemplo 1.13. Resolver la ecuación $4\,x^3 - x = 0$

Solución: Se extrae factor común

$$4\,x^3 - x = 0 \Rightarrow x(4\,x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x = 0 & \boxed{x = 0} \\ 4\,x^2 - 1 = 0 \quad x^2 = \dfrac{1}{4} & \boxed{x = \pm\dfrac{1}{2}} \end{array} \right.$$

$\square$

Ejemplo 1.14. Resolver la ecuación $2\,x^5 - 4\,x^2 = 0$

Solución: Se extrae factor común

$$2\,x^5 - 4\,x^2 = 0 \Rightarrow 2\,x^2(x^3 - 2) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x^2 = 0 & \boxed{x = 0} \\ x^3 - 2 = 0 & \boxed{x = \sqrt[3]{2}} \end{array} \right.$$

$\square$

Ejemplo 1.15. Resolver la ecuación $x^3 + x^2 - 6\,x = 0$

Solución: Se extrae factor común

$$x^3 + x^2 - 6\,x = 0 \Rightarrow x(x^2 + x - 6) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x = 0 & \boxed{x = 0} \\ x^2 + x - 6 = 0 & \boxed{x = -3}\ \boxed{x = 2} \end{array} \right.$$

$\square$

Ejercicio 2. Resolver las ecuaciones.

a) $x^2 - 25 = 0.$

b) $3x^4 + 9\,x^2 = 0.$

c) $x^3 + x^2 + x = 0.$

d) $3\,x^3 - 20\,x^2 + 27\,x - 10 = 0.$

e) $x^3 - 4\,x^2 + 5\,x - 2 = 0.$

f) $x^4 - 5\,x^3 + 9\,x^2 - 7\,x + 2 = 0.$

g) $x^4 - 6\,x^3 + 13\,x^2 - 12\,x + 4 = 0.$

h) $x^3 + 3\,x^2 - 4\,x - 12 = 0.$

Ejercicio 3. Resolver las ecuaciones.

a) $x^3 - 3\,x - 2 = 0.$

b) $3x^3 + 5x^2 - 2x = 0.$

c) $x^4 - 3\,x^3 - 12\,x^2 + 52\,x - 48 = 0.$

d) $x^4 - 5\,x^3 + 5\,x^2 - x - 12 = 0.$

e) $x^3 - x^2 - 14\,x + 24 = 0.$

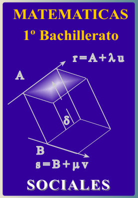
f) $2\,x^4 + 7\,x^3 + 4\,x^2 - 7\,x - 6 = 0.$

g) $x^3 - 13\,x^2 + 55\,x - 75 = 0.$

h) $x^3 + 2\,x + 3 = 0.$

i) $x^3 - 2\,x^2 - x + 2 = 0.$

j) $3\,x^4 - 2\,x^3 + 2\,x - 3 = 0.$



1.3. Con radicales

Son las ecuaciones en que aparecen **radicales**, como por ejemplo

$$\sqrt[3]{x+1} = x \qquad \sqrt{2x-3} = x-1 \qquad \sqrt{x^2-5x+4}+1 = x-3$$

Usaremos como técnica de resolución:

- dejar en un miembro de la ecuación un radical y
- elevar ambos miembros al índice de la raíz.
- resolvemos la ecuación resultante y comprobamos las soluciones.

Ejemplo 1.16. Resolver la ecuación

$$\sqrt{x+1} - 4 = 0$$

Solución: Se despeja un radical

$$\sqrt{x+1} = 4$$

elevamos ambos miembros al cuadrado

$$\left(\sqrt{x+1}\right)^2 = 4^2 \Rightarrow x+1 = 16 \Rightarrow \boxed{x = 15}$$

y se comprueba en la ecuación inicial

$$\sqrt{(15)+1} - 4 = \sqrt{16} - 4 = 4 - 4 = 0$$

□

Ejemplo 1.17. Resolver la ecuación

$$\sqrt{2x-3} = x-1$$

Solución: Elevamos ambos miembros al cuadrado

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{2x-3}\right)^2 &= (x-1)^2 \\ 2x-3 &= x^2-2x+1 \\ x^2-4x+4 &= 0 \\ x &= \boxed{2} \end{aligned}$$

□

Ejemplo 1.18. Resolver la ecuación

$$\sqrt{x^2-5x+4}+1 = x-3$$

Solución: Despejamos el radical y elevamos ambos miembros al cuadrado

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{x^2-5x+4}\right)^2 &= (x-4)^2 \\ x^2-5x+4 &= x^2-8x+16 \\ 3x &= 12 \\ x &= \boxed{4} \end{aligned}$$

□

Ejemplo 1.19. Resolver la ecuación

$$x + \sqrt{7 - 3x} = 1$$

Solución: Despejamos el radical y elevamos ambos miembros al cuadrado

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{7-3x}\right)^2 &= (1-x)^2 \\ 7 - 3x &= 1 - 2x + x^2 \\ x^2 + x - 6 &= 0 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} \\ x &= \boxed{-3}; \quad 2 \end{aligned}$$

La que no lleva recuadro no verifica la ecuación inicial, pues

$$(2) + \sqrt{7 - 3(2)} \neq 1$$

$\square$

Ejercicio 4. Resolver la ecuación

$$\sqrt{2 - 5x} + \sqrt{3}\, x = 0$$

Ejercicio 5. Resolver la ecuación

$$\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3 - x} = 0$$

2. Sistemas

2.1. Sistemas lineales

Recordamos que los **sistemas lineales** están formados por dos o más ecuaciones lineales, es decir son de la forma

$$\left.\begin{array}{l} a_1\,x + b_1\,y = c_1 \\ a_2\,x + b_2\,y = c_2 \end{array}\right\} \qquad (6)$$

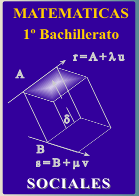
Los sistemas de tres o más ecuaciones los estudiaremos el próximo curso. Recordamos que fundamentalmente hay dos métodos de resolución:

- Por reducción

  Consiste en multiplicar las ecuaciones por números para conseguir que las dos ecuaciones tengan alguna incógnita con el mismo coeficiente. De esta manera al restarlas se elimina una incógnita.

- Por sustitución

  Consiste en despejar de una de las ecuaciones una incógnita. Al sustituirla en la otra ecuación, la ecuación resultante presenta una sola incógnita.



- **Por reducción**

Ejemplo 2.1. Resolver por reducción el sistema

$$\left.\begin{array}{r} 2\,x + \ y = 4 \\ x - 2\,y = -3 \end{array}\right\}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} 2\,x + \ y = 4 \\ x - 2\,y = -3 \end{array}\right\} \quad (\times 2) \quad \begin{array}{|c} \left.\begin{array}{r} 2\,x + \ y = 4 \\ 2\,x - 4\,y = -6 \end{array}\right\} \ \text{restamos} \\ \hline 5\,y = 10 \qquad \boxed{y = 2} \end{array}$$

Sustituyendo y en otra ecuación obtenemos $\boxed{x = 1}$ □

Ejemplo 2.2. Resolver por reducción el sistema $\left.\begin{array}{r} 2\,x - 3\,y = 5 \\ 3\,x - 2\,y = 5 \end{array}\right\}$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} 2\,x - 3\,y = 5 \\ 3\,x - 2\,y = 5 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{c} (\times 3) \\ (\times 2) \end{array} \quad \begin{array}{|c} \left.\begin{array}{r} 6\,x - 9\,y = 15 \\ 6\,x - 4\,y = 10 \end{array}\right\} \ \text{restamos} \\ \hline -5\,y = 5 \qquad \boxed{y = -1} \end{array}$$

Sustituyendo y en otra ecuación obtenemos $\boxed{x = 1}$ □

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejemplo 2.3. Resolver por reducción el sistema

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=4\\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{4}=3\end{array}\right\}$$

Solución: Quitamos denominadores

$$\left.\begin{array}{r}2\,x-3\,y=24\\ 4\,x-3\,y=36\end{array}\right\}\qquad \begin{array}{c}(\times 2)\\ \ldots\end{array}\quad \left|\;\begin{array}{c}\left.\begin{array}{r}4\,x-6\,y=48\\ 4\,x-3\,y=36\end{array}\right\}\ \text{restamos}\\ \hline -3\,y=12\qquad \boxed{y=-4}\end{array}\right.$$

Sustituyendo y en otra ecuación obtenemos $\boxed{x=6}$

□

Ejercicio 6. Resolver por reducción los sistemas:

a) $$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x+1}{3}+\ y=1\\ \dfrac{x-3}{4}+2\,y=1\end{array}\right\}$$

b) $$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=4\\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{2}=-2\end{array}\right\}$$

c) $$\left.\begin{array}{r}4\,x+\ y=2\\ 3\,x-\dfrac{y}{2}=3\end{array}\right\}$$

d) $$\left.\begin{array}{r}-\dfrac{x}{3}+y=-1\\ x-2\,y=4\end{array}\right\}$$

• Por sustitución

Ejemplo 2.4. Resolver por sustitución el sistema $\left.\begin{array}{l} 2\,x-3\,y=5 \\ 3\,x-2\,y=5 \end{array}\right\}$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} 2\,x-3\,y=5 \\ 3\,x-2\,y=5 \end{array}\right\} \rightarrow \text{despejamos } x \quad x=\frac{5+3\,y}{2}\ (*)$$

Sustituyendo x en la 2ª ecuación, $3\left(\dfrac{5+3\,y}{2}\right)-2\,y=5$ y resolvemos

$$(15+9\,y)-4\,y=10 \Longrightarrow \boxed{y=-1} \text{ sustituyendo en } (*) \text{ obtenemos } \boxed{x=1}$$

□

Ejemplo 2.5. Resolver por sustitución el sistema $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+1}{3}+y=1 \\ \dfrac{x-3}{4}+2\,y=1 \end{array}\right\}$

Solución: Quitamos denominadores y ordenamos

$$\left.\begin{array}{l} x+3\,y=2 \\ x+8\,y=7 \end{array}\right\} \rightarrow \text{despejamos } x \quad x=2-3y\ (*)$$

Sustituimos en la 2ª ecuación y resolvemos $(2-3\,y)+8\,y=7 \Longrightarrow \boxed{y=1}$

sustituyendo en $(*)$ obtenemos $\boxed{x=-1}$

□

2.2. Sistemas no lineales

Cuando aparecen operaciones entre las incógnitas que no son sumas o restas la relación entre las incógnitas no es lineal y los sistemas son de tipo **sistemas no lineales**. El método general de resolver estos sistemas es por sustitución

Ejemplo 2.6. Resolver el sistema no lineal

$$\left.\begin{array}{r} x - y = -3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{array}\right\}$$

Solución: Despejamos en una ecuación

$$\left.\begin{array}{r} x - y = -3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{array}\right\} \to \text{despejamos } x \quad x = y - 3 \ (*)$$

Sustituimos x en la 2ª ecuación y resolvemos

$$(y-3)^2 + y^2 = 5$$

Resolvemos esta ecuación en y

$$y^2 - 6\,y + 9 + y^2 = 5 \Longrightarrow y^2 - 3\,y + 2 = 0 \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} \boxed{y_1 = 1} & \boxed{x_1 = -2} \\ \boxed{y_2 = 2} & \boxed{x_2 = -1} \end{array}\right.$$

□

Ejemplo 2.7. Resolver el sistema no lineal

$$\left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ x\,y+2\,y=2 \end{array}\right\}$$

Solución: Despejamos en una ecuación

$$\left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ x\,y+2\,y=2 \end{array}\right\} \to \text{despejamos } x \quad x=1-y\ (*)$$

Sustituimos x en la 2ª ecuación y resolvemos

$$(1-y)\,y+2\,y=2$$

Resolvemos esta ecuación en y

$$y-y^2+2\,y=2 \Longrightarrow y^2-3\,y+2=0 \Longrightarrow \begin{array}{c} \boxed{y_1=1} \\ \boxed{y_2=2} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{x_1=0} \\ \boxed{x_2=-1} \end{array}$$

□

Ejemplo 2.8. Resolver el sistema no lineal

$$\left.\begin{array}{r} x^2-3\,x-y=0 \\ x+y=3 \end{array}\right\}$$

Solución: Despejamos en una ecuación

$$\left.\begin{array}{r} x^2-3\,x-y=0 \\ x+y=3 \end{array}\right\} \to \text{despejamos } y \quad y=x^2-3\,x\ (*)$$

Sustituimos y en la 2ª ecuación y resolvemos $x + (x^2 - 3\,x) = 3$ Resolvemos esta ecuación en x

$$x^2 - 2\,x - 3 = 0 \Longrightarrow \begin{array}{c} \boxed{x_1 = 3} \\ \boxed{x_2 = -1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{y_1 = 0} \\ \boxed{y_2 = 4} \end{array}$$

□

Ejemplo 2.9. Resolver el sistema $\left.\begin{array}{r} x^2 - y^2 = 5 \\ x\,y = 6 \end{array}\right\}$

Solución: Despejamos en una ecuación

$$\left.\begin{array}{r} x^2 - y^2 = 5 \\ x\,y = 6 \end{array}\right\} \to \text{despejamos } y \quad y = \frac{6}{x}\ (*)$$

Sustituimos y en la 1ª ecuación y resolvemos $x^2 - \left(\dfrac{36}{x}\right)^2 = 5$ Quitamos denominadores multiplicando por x^2

$$x^4 - 36 = 5\,x^2 \Longrightarrow x^4 - 5\,x^2 - 36 = 0$$

Resolvemos la ecuación bicuadrada

$$\begin{array}{lc} x^2 = -9 & \text{sin solución} \\ x^2 = 4 & x = \pm 2 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{c} \boxed{x_1 = 2} \\ \boxed{x_2 = -2} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{y_1 = 3} \\ \boxed{y_2 = -3} \end{array}$$

□

Ejemplo 2.10. Resolver el sistema no lineal

$$\left.\begin{array}{r} x\,y = 15 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{3} \end{array}\right\}$$

Solución: Despejamos x en la segunda ecuación

$$\left.\begin{array}{r} x\,y = 15 \\ 3\,x = 5\,y \end{array}\right\} \to \text{despejamos } x \quad x = \frac{5\,y}{3}\ (*)$$

Sustituimos x en la 1ª ecuación y resolvemos

$$\left(\frac{5\,y}{3}\right) y = 15$$

Quitamos denominadores multiplicando por 3

$$5\,y^2 = 45 \Longrightarrow y^2 = 9 \Longrightarrow \begin{array}{c} \boxed{y_1 = 3} \\ \boxed{y_2 = -3} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{x_1 = 5} \\ \boxed{x_2 = -5} \end{array}$$

□

Ejercicio 7. Resolver los sistemas no lineales:

$a)\ \left.\begin{array}{r} x^2 - y^2 = 7 \\ 2\,x + y = 5 \end{array}\right\}$ $\quad b)\ \begin{array}{r} x\,y = 16 \\ (x+5)(y-1) = 22 \end{array}$ $\quad c)\ \left.\begin{array}{r} x^2 + x\,y = 3 \\ 4\,x + 3\,y = 10 \end{array}\right\}$

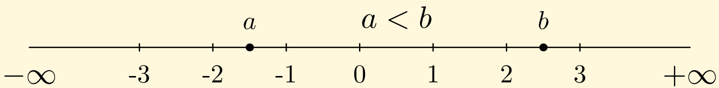
3. Inecuaciones en la recta real

3.1. Desigualdades

Los números reales están ordenados. Así decimos que 2 “es menor que” 3, y lo escribimos como una desigualdad

$$2 < 3$$

Si tomamos como modelo la recta real gráficamente decimos que $a < b$ cuando a está a la izquierda de b en la recta real.



A veces utilizamos el signo $\leq$, que se lee “es menor o igual que”. Por ello las expresiones siguientes son ciertas:

$$-3 \leq -1 \qquad 2 \leq 2$$

Cuando la desigualdad no es cierta excribimos:

$$3 \not< 1 \qquad 2 \not\leq 0$$

- **Propiedades de las desigualdades**

Manipulamos las desigualdades como las igualdades salvo en un detalle importante. Observa

- **Sumamos** a ambos miembros de la desigualdad un número

$$2 + {\color{red}5} < 3 + {\color{red}5} \iff 7 < 8$$

  y **no varía** la desigualdad

- Restamos a ambos miembros de la desigualdad un número

$$2 - {\color{red}5} < 3 - {\color{red}5} \iff -3 < -2$$

  y **no varía** la desigualdad

- **Multiplicamos por un número positivo** a ambos miembros de la desigualdad

$$2 \cdot {\color{red}5} < 3 \cdot {\color{red}5} \iff 10 < 15$$

  y **no varía** la desigualdad

- **Multiplicamos por un número negativo** a ambos miembros de la desigualdad

$$2 \cdot ({\color{red}-5}) > 3 \cdot ({\color{red}-5}) \iff -10 > -15$$

  y **varía** la desigualdad

Una inecuación es una desigualdad en la que aparece una expresión algebraica de una incógnita. Ejemplos de inecuaciones son los siguientes

$$2\,x < 5 \qquad x^2 - x > 1 \qquad \frac{x-2}{x+3} > 3$$

Un ejemplo sencillo es la inecuación

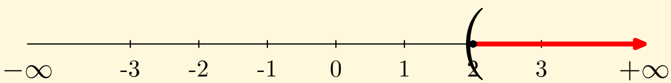
$$x > 2$$

cuya solución son todos los números “mayores que 2”. Para expresar esta solución utilizamos:

- la notación de intervalo expresando todos los números mayores que 2 de la forma

$$(2, \infty)$$

- o en forma gráfica, marcando la región determinada por los puntos de la recta que verifican la inecuación que van de 2 hasta ∞



El extremo le indicamos con un paréntesis para señalar que el número 2 no cumple la inecuación

3.2. Inecuaciones lineales

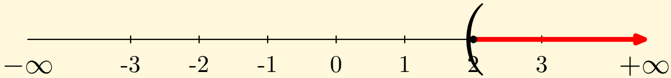
Para resolver las inecuaciones lineales simplemente se despeja.

Ejemplo 3.1. Resolver la inecuación

$$x + 2 > 4$$

Solución: Se despeja la incógnita x:

$$x + 2 > 4 \Longrightarrow x > 2 \qquad (2, \infty)$$

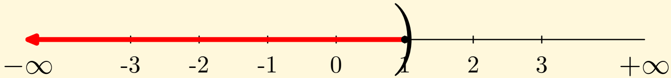


□

Ejemplo 3.2. Resolver la inecuación $-2(x-2) > x+1$

Solución: Se opera y se despeja la incógnita x:

$$-2\,x + 4 > x + 1 \Longrightarrow -3\,x > -3 \Longrightarrow \boxed{x < 1} \qquad (-\infty, 1)$$



□

3.3. Inecuaciones no lineales

En las inecuaciones no lineales no se puede despejar. Una técnica general es descomponer en factores.

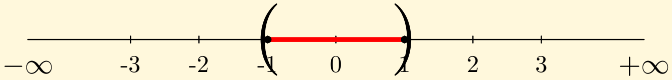
Ejemplo 3.3. Resolver la inecuación

$$x^2 < 1$$

Solución: Se pasa todo a un miembro y se descompone en factores

$$x^2 - 1 < 0 \Longrightarrow (x-1)\cdot(x+1) < 0$$

Se anotan las raíces de los factores en la recta real. En este caso $x = -1$ y $x = 1$, de esta forma aparecen tres regiones en la recta. Se mira si los puntos de esas regiones cumplen la inecuación:



- De $-\infty$ a -1, por ejemplo con -2, $- \cdot - = + \not< 0$, no se cumple
- De -1 a 1, por ejemplo con 0, $- \cdot (+) = - < 0$, se cumple
- De 1 a ∞, por ejemplo con 3, $+ \cdot (+) = + \not< 0$, no se cumple

□

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejemplo 3.4. Resolver la inecuación

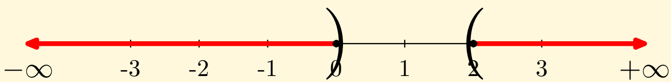
$$x^2 - 2\,x > 0$$

Solución: Se descompone en factores

$$x^2 - 2\,x > 0 \Longrightarrow x(x-2) > 0$$

Se anotan las raíces de los factores en la recta real. En este caso $x = 0$ y $x = 2$, de esta forma aparecen tres regiones en la recta. Se mira si los puntos de esas regiones cumplen la inecuación:

- De $-\infty$ a 0, por ejemplo con -1, $- \cdot - = + > 0$, se cumple
- De 0 a 2, por ejemplo con 1, $+ \cdot (-) = - \not> 0$, no se cumple
- De 2 a ∞, por ejemplo con 4, $+ \cdot (+) = + > 0$,se cumple



La solución en forma de intervalo se escribe como:

$$(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$$

$\square$

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

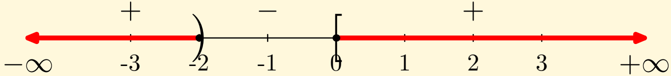
Ejemplo 3.5. Resolver la inecuación

$$\frac{x}{x+2} \geq 0$$

Solución: Se buscan las raíces del numerador y denominador que son $x = -2$ y $x = 0$. Se toma un valor de cada zona y se sustituye en la inecuación, observando el signo que se obtiene

- De $-\infty$ a -2, por ejemplo con -3, $\frac{-}{-} = + \geq 0$, se cumple
- De -2 a 0, por ejemplo con -1, $\frac{-}{+} = - \not\geq 0$, no se cumple
- De 0 a ∞, por ejemplo con 2, $\frac{+}{+} = + \geq 0$,se cumple

El valor $x = 0$ se incluye pues se cumple $\frac{0}{2} = 0 \geq 0$, y el valor $x = -2$ se excluye por no estar definido el cociente.



□

Ejercicio 8. Resolver la inecuación $x(x+5) > 2\,x^2$

3.4. Sistemas de inecuaciones

Un sistema de inecuaciones son dos o más inecuaciónes con la misma incógnita.

Para hallar la solución se resuelve cada una por separado y se toma como solución los números que cumplen ambas a la vez.

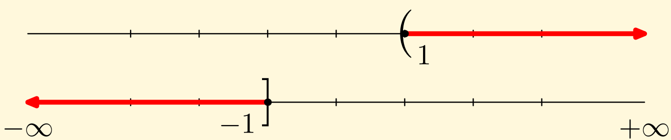
Ejemplo 3.6. Resolver el sistema de inecuaciones

$$\left\{\begin{array}{c} 2x-3>-x \\ 2x\leq -2 \end{array}\right.$$

Solución: Se despeja en cada inecuación

$$\left\{\begin{array}{c} 2x-3>-x \\ 2x\leq -2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} x>1 \\ x\leq -1 \end{array}\right.$$

Se representa cada solución y se toma la región que tienen en común, que en este caso es vacía $S=\emptyset$



□

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
Ecuaciones y Sistemas
◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

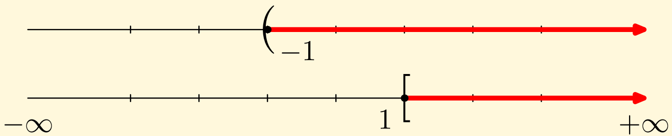
Ejemplo 3.7. Resolver el sistema de inecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{c} 2 > -2\,x \\ 2x - 1 \geq 1 \end{array} \right.$$

Solución: Se despeja en cada inecuación

$$\left\{ \begin{array}{c} 2 > -2\,x \\ 2x - 1 \geq 1 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{c} -2 < 2\,x \\ 2x \geq 2 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{c} -1 < x \\ x \geq 1 \end{array} \right.$$

Se representa cada solución y se toma la región que tienen en común, que en este caso es $S = [1; \infty)$



$\square$

Ejercicio 9. Resolver los sistemas de inecuaciones:

a) $\left\{ \begin{array}{c} x + 5 > 4\,x - 4 \\ 2x - 7 < 3\,x - 3 \end{array} \right.$

b) $\left\{ \begin{array}{c} 3x - 7 < x + 1 \\ 2x - 2 > x + 1 \end{array} \right.$

4. Inecuaciones en el plano

Una inecuación en el plano viene dada por una desigualdad del tipo

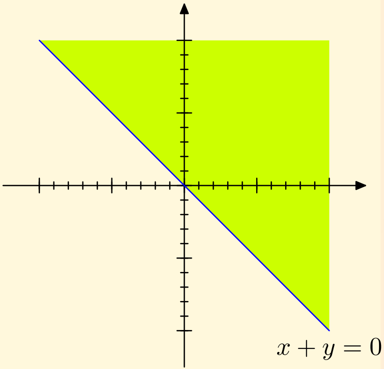
$$ax + by \leq c \quad \text{ó} \quad ax + by \geq c$$

y la solución corresponde a un semiplano.

Ejemplo 4.1. Representar la soluciones de la inecuación $x + y \geq 0$

Solución:

- Se representa la recta
$$x + y = 0 \Longrightarrow y = -x$$
dando dos valores, por ejemplo
$$x = 3 \longrightarrow y = -3 \quad A(3, -3)$$
$$x = -3 \longrightarrow y = 3 \quad B(-3, 3)$$
- Se despeja y
$$x + y \geq 0 \Longrightarrow y \geq -x$$
- Al quedar y de la forma $\boxed{y \geq}$ marcamos la región superior de la recta o semiplano superior de la recta.



□

Ejemplo 4.2. Representar la soluciones de la inecuación $x + 2y \leq 2$

Solución:

- Se representa la recta

$$x + 2y = 2 \Longrightarrow y = \frac{2 - x}{2}$$

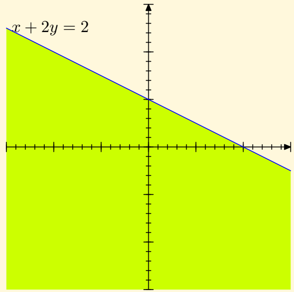
dando dos valores, por ejemplo

$$x = 2 \longrightarrow y = 0 \quad A(2, 0)$$
$$x = -2 \longrightarrow y = 2 \quad B(-2, 2)$$

- Se despeja y

$$x + 2y \leq 2 \Longrightarrow y \leq \frac{2 - x}{2}$$

- Al quedar y de la forma $\boxed{y \leq}$ marcamos la parte inferior.



□

Ejercicio 10. Representar la soluciones de la inecuación $x - y \leq 0$

Ejercicio 11. Representar la soluciones de la inecuación $x - y \geq 1$

4.1. Sistemas de inecuaciones

Un sistema de inecuaciones lineales en el plano viene dado por varias desigualdades del tipo

$$\left.\begin{array}{ll} r_1 \equiv & a_1 x + b_1 y \leq c_1 \\ r_2 \equiv & a_2 x + b_2 y \leq c_2 \\ \ldots & \ldots\ldots\ldots \\ r_n \equiv & a_n x + b_n y \leq c_n \end{array}\right\} \tag{7}$$

y la solución, si existe, corresponde a una región convexa del plano, que llamamos región factible.

Para su solución gráfica, se representa cada recta y se marca el semiplano que determina. La parte que tienen en común todos los semiplanos proporciona la región factible.

Veamos unos ejemplos detenidamente. A continuación el alumno realizara algunos ejercicios.

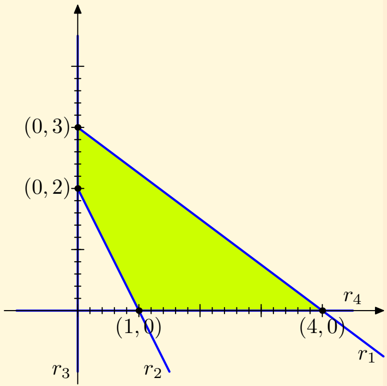
Ejemplo 4.3. Representar la solución del sistema de inecuaciones

$$r_1 : 3x + 4y \leq 12 \quad r_2 : 2x + y \geq 2 \quad r_3 : x \geq 0 \quad r_4 : y \geq 0$$

Solución:

Representamos cada una de las rectas y el semiplano que determinan

$$\begin{aligned} r_1 &\equiv \quad 3x + 4y \leq 12 \\ r_2 &\equiv \quad 2x + y \geq 2 \\ r_3 &\equiv \quad x \geq 0 \\ r_4 &\equiv \quad y \geq 0 \end{aligned}$$



Y sombreamos la región que tienen en común, que se denomina región factible o solución del sistema de inecuaciones. □

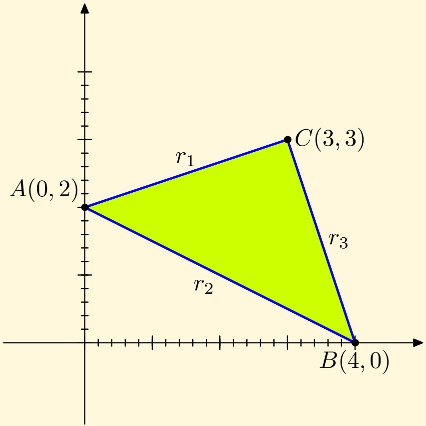
Ejemplo 4.4. Resolver gráficamente el sistema:

$$\left\{\begin{array}{lcr} r_1 : x - 3y & \geq & -6 \\ r_2 : x + 2y & \geq & 4 \\ r_3 : 3x + y & \leq & 12 \end{array}\right.$$

Solución:

Representamos cada recta

$$r_1 \equiv \quad x - 3y = -6$$
$$r_2 \equiv \quad x + 2y = 4$$
$$r_3 \equiv \quad 3x + y = 12$$



La región factible corresponde al triángulo del dibujo y como está limitada se dice acotada. □

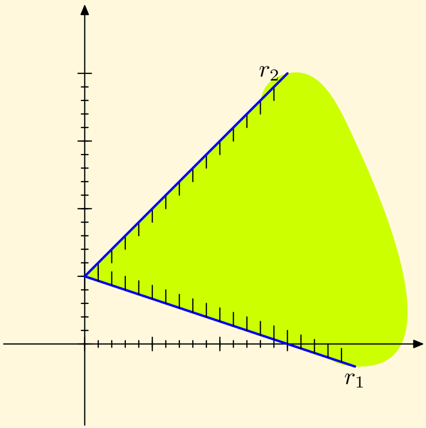
MATEMATICAS 1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
Ecuaciones y Sistemas
Doc Doc
Volver Cerrar

Ejemplo 4.5. Hallar la región factible de:

$$\begin{cases} r_1 : x + 3y & \geq & 3 \\ r_2 : -x + y & \leq & 1 \end{cases}$$

Solución:

- Representamos la recta
  $$r_1 \equiv x + 3y = 3$$
  tomando el semiplano $y \geq$
- Representamos la recta
  $$r_2 \equiv -x + y = 1$$
  tomando el semiplano $y \leq$



La región factible corresponde a la zona coloreada del dibujo y como no está limitada se dice no acotada. □

Ejercicio 12. Hallar la región factible de los sistemas de inecuaciones siguientes:

(a)

$$\begin{array}{rcll} r_1 \equiv & x+y & \leq & 5 \\ r_2 \equiv & x+y & \geq & 2 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{rcll} r_1 \equiv & 4x-3y & \geq & -3 \\ r_2 \equiv & x+4y & \geq & 5 \end{array}$$

(c)

$$\begin{array}{rcll} r_1 \equiv & x & \leq & 2y \\ r_2 \equiv & y-x & \leq & 2 \\ r_3 \equiv & x+y & \leq & 5 \\ r_4 \equiv & x & \geq & 0 \end{array}$$

(d)

$$\begin{array}{rcll} r_1 \equiv & 2x+4y & \geq & 4 \\ r_2 \equiv & 6x+3y & \geq & 6 \\ r_3 \equiv & x & \geq & 0 \\ r_4 \equiv & y & \geq & 0 \end{array}$$

(e)

$$\begin{array}{rcll} r_1 \equiv & x & \geq & y \\ r_2 \equiv & x & \leq & 2y \\ r_3 \equiv & x & \leq & 20 \end{array}$$

(f)

$$\begin{array}{rcll} r_1 \equiv & 3x+2y & \leq & 24 \\ r_2 \equiv & y & \leq & x \\ r_3 \equiv & y & \geq & 1 \end{array}$$

◄◄ ►► ◄ ► ◄ Doc Doc ► Volver Cerrar

Soluciones a los Ejercicios

Ejercicio 1.

a) $x^4 - 5\,x^2 + 6 = 0$

$$x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x^2 = 2 & \boxed{x = \pm\sqrt{2}} \\ x^2 = 3 & \boxed{x = \pm\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

b) $x^4 + 2\,x^2 - 3 = 0$

$$x^2 = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x^2 = -1 & \text{sin solución} \\ x^2 = 3 & \boxed{x = \pm\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

c) $x^4 + 4\,x^2 + 3 = 0$

$$x^2 = \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{4}}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x^2 = -1 & \text{sin solución} \\ x^2 = -3 & \text{sin solución} \end{array} \right.$$

Ejercicio 1

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Prueba del Teorema 1.1. En efecto, si a es una raíz de $P(x)$ se tiene que al dividir $P(x) : (x - a)$ obtendremos un cociente $C(x)$, de forma que

$$P(x) = a_3\, x^3 + a_2\, x^2 + a_1\, x + a_0 = (x - a) \cdot C(x)$$

Sustituyendo x por a en la expresión anterior

$$a_3\, a^3 + a_2\, a^2 + a_1\, a + a_0 = (a - a) \cdot C(a) = 0$$

y despejando a_0 observamos que a_0 es un múltiplo de a

$$a_0 = -a(a_3\, a^2 + a_2\, a + a_1)$$

y por tanto a es un divisor del término independiente a_0 de $P(x)$. ◀

Ejercicio 2.

a) $x^2 - 25 = (x-5)(x+5) = 0$ raíces $\boxed{5, -5}$

b) $3x^4 + 9\,x^2 = 3\,x^2(x^2+3) = 0$ raíz $\boxed{0}$

c) $x^3 + x^2 + x = x(x^2+x+1) = 0$ raíz $\boxed{0}$

d) $3\,x^3 - 20\,x^2 + 27\,x - 10 = (x-1)(x-5)(3x-2) = 0$ raíces $\boxed{1, 5, 2/3}$

e) $x^3 - 4\,x^2 + 5\,x - 2 = (x-1)^2(x-2) = 0$ raíces $\boxed{1, 2}$

f) $x^4 - 5\,x^3 + 9\,x^2 - 7\,x + 2 = (x-1)^3(x-2) = 0$ raíces $\boxed{1, 2}$

g) $x^4 - 6\,x^3 + 13\,x^2 - 12\,x + 4 = (x-1)^2(x-2)^2 = 0$ raíces $\boxed{1, 2}$

h) $x^3 + 3\,x^2 - 4\,x - 12 = (x+3)(x+2)(x-2) = 0$ raíces $\boxed{2, -2, -3}$

Ejercicio 2

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejercicio 3.

a) $x^3 - 3\,x - 2 = (x+1)^2(x-2) = 0$ raíces $\boxed{-1, 2}$

b) $3x^3 + 5x^2 - 2x = x(x+2)(3x-1) = 0$ raíces $\boxed{0, -2, 1/3}$

c) $x^4 - 3\,x^3 - 12\,x^2 + 52\,x - 48 = (x-2)^2(x-3)(x+4) = 0$ raíces $\boxed{2, 3, -4}$

d) $x^4 - 5\,x^3 + 5\,x^2 - x - 12 = (x+1)(x-4)(x^2-2x+3) = 0$ raíces $\boxed{-1, 4}$

e) $x^3 - x^2 - 14\,x + 24 = (x-2)(x-3)(x+4) = 0$ raíces $\boxed{2, 3, -4}$

f) $= (x-1)(x+1)(x+2)(2x+3) = 0$ raíces $\boxed{-1, 1, -2, -3/2}$

g) $x^3 - 13\,x^2 + 55\,x - 75 = (x-5)^2(x-3) = 0$ raíces $\boxed{3, 5}$

h) $x^3 + 2\,x + 3 = (x+1)(x^2 - x + 3) = 0$ raíz $\boxed{-1}$

i) $x^3 - 2\,x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2) = 0$ raíces $\boxed{1, 2, -1}$

j) $3\,x^4 - 2\,x^3 + 2\,x - 3 = (x+1)(x-1)(3\,x^2 - 2\,x + 3) = 0$ raíces $\boxed{1, -1}$

Ejercicio 3

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

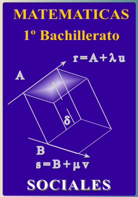
Ejercicio 4. Despejamos el radical y elevamos ambos miembros al cuadrado

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{2-5x}\right)^2 = & \quad (-\sqrt{3}\,x)^2 \\
2-5x = & \quad 3\,x^2 \\
3\,x^2+5x-2 = & \quad 0 \\
x = & \quad \frac{-5\pm\sqrt{49}}{6} \\
x = & \quad \boxed{-2}; \quad \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

La que no lleva recuadro no verifica la ecuación inicial, pues

$$\sqrt{2-5\,\frac{1}{3}}+\sqrt{3}\,\frac{1}{3}\neq 0$$

Ejercicio 4



MaTEX

Ecuaciones y Sistemas

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejercicio 5. Despejamos un radical y elevamos ambos miembros al cuadrado

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{x^2+3}\right)^2 =& \quad \left(\sqrt{3-x}\right)^2 \\
x^2+3 =& \quad 3-x \\
x^2+x =& \quad 0 \\
x(x+1) =& 0 \\
x =& \quad \boxed{0}; \quad \boxed{-1}
\end{aligned}$$

Las dos son soluciones pues verifican la ecuación inicial. Ejercicio 5

Ejercicio 6.

a) Quitamos denominadores y ordenamos

$$\left.\begin{array}{r}(x+1)+3\,y=3\\(x-3)+8\,y=4\end{array}\right\} \quad \begin{array}{c}\ldots\\\ldots\end{array} \quad \begin{array}{|c}\left.\begin{array}{r}x+3\,y=2\\x+8\,y=7\end{array}\right\} \text{ restamos}\\ \hline -5\,y=-5 \qquad \boxed{y=1}, \boxed{x=-1}\end{array}$$

b) Quitamos denominadores y restamos

$$\left.\begin{array}{r}x+3\,y=2\\x+8\,y=7\end{array}\right\} -5\,y=-5 \Longrightarrow \boxed{y=1}, \boxed{x=-1}$$

c) Quitamos denominadores y sumamos

$$\left.\begin{array}{r}4\,x+y=2\\6\,x-y=6\end{array}\right\} 10\,x=8 \Longrightarrow \boxed{x=4/5}, \boxed{y=-6/5}$$

d) Quitamos denominadores y sumamos

$$\left.\begin{array}{r}-x+3\,y=-3\\x-2\,y=4\end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{y=1}, \boxed{x=6}$$

Ejercicio 6

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejercicio 7.

a) Despejamos en la 2ª ecuación $y = 5 - 2x$ y sustituimos en la 1ª

$$x^2 - (5-2x)^2 = 7 \Longrightarrow -3x^2 + 20x - 32 = 0 \left\{ \begin{array}{ll} x = 4 & y = -3 \\ x = \dfrac{8}{3} & y = -\dfrac{1}{3} \end{array} \right.$$

b) Despejamos en la 1ª ecuación $y = \dfrac{16}{x}$ y sustituimos en la 2ª

$$(x+5)(\frac{16}{x} - 1) = 22 \Longrightarrow \frac{80}{x} - x = 11 \left\{ \begin{array}{ll} x = -16 & y = -1 \\ x = 5 & y = \dfrac{16}{5} \end{array} \right.$$

c) Despejamos en la 2ª ecuación $y = \dfrac{10-4x}{3}$ y sustituimos en la 1ª

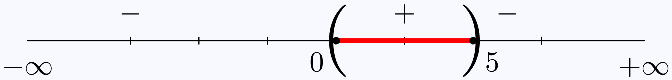
$$x^2 + x\,\frac{10-4x}{3} = 3 \Longrightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \left\{ \begin{array}{ll} x = 1 & y = 2 \\ x = 9 & y = -\dfrac{26}{3} \end{array} \right.$$

Ejercicio 7

Ejercicio 8. Se opera y se pasa todo a un miembro:

$$x(x+5) > 2\,x^2 \Longrightarrow -x^2 + 5\,x > 0 \Longrightarrow -x(x-5) > 0$$

Se buscan las raíces que son $x = 5$ y $x = 0$. Se toma un valor de cada zona y se sustituye en la inecuación, observando el signo que se obtiene

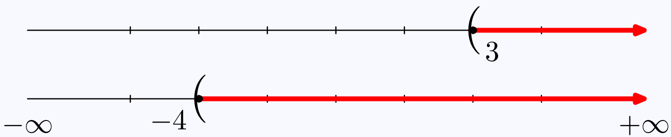


La solución es el intervalo $(0, 5)$ Ejercicio 8

Ejercicio 9.

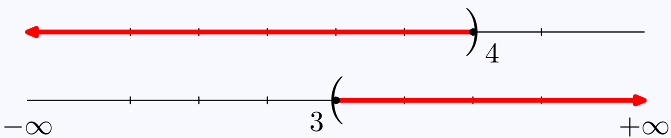
a) Se representa cada solución y se toma la región que tienen en común, que en este caso es $S = (3; \infty)$

$$\left\{\begin{array}{c} x+5>4\,x-4 \\ 2x-7<3\,x-3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} -3\,x<-9 \\ -x<4 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} x>3 \\ x>-4 \end{array}\right.$$



b) Se representa cada solución y se toma la región que tienen en común, que en este caso es $S = (3; 4)$

$$\left\{\begin{array}{c} 3x-7<x+1 \\ 2x-2>x+1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2\,x<8 \\ x>3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} x<4 \\ x>3 \end{array}\right.$$



Ejercicio 9

Ejercicio 10.

- Se representa la recta

$$x - y = 0 \Longrightarrow y = x$$

dando dos valores, por ejemplo

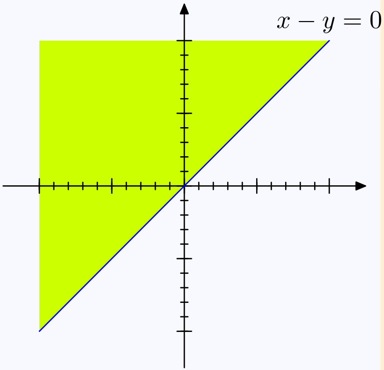
$$x = 3 \longrightarrow y = 3 \quad A(3, 3)$$

$$x = -3 \longrightarrow y = -3 \quad B(-3, -3)$$

- Se despeja la variable y

$$x - y \leq 0 \Longrightarrow y \geq x$$

- Al quedar y de la forma $\boxed{y \geq}$ marcamos la parte superior.



Ejercicio 10

Ejercicio 11.

- Se representa la recta

$$x - y = 1 \Longrightarrow y = x - 1$$

  dando dos valores, por ejemplo

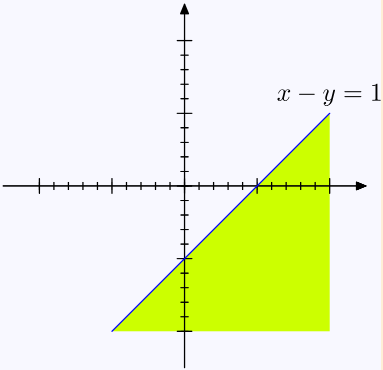
$$x = 3 \longrightarrow y = 2$$

$$x = -1 \longrightarrow y = -2$$

- Se despeja y

$$x - y \geq 1 \Longrightarrow y \leq x - 1$$

- Al quedar y de la forma $\boxed{y \leq}$ marcamos la parte inferior.

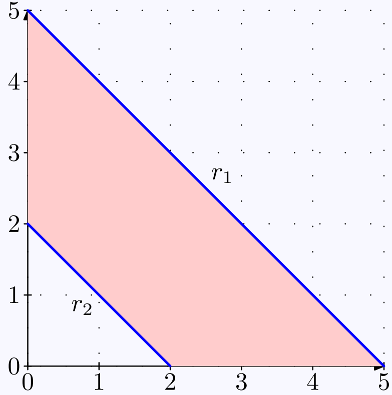


Ejercicio 11

Doc Doc
Volver Cerrar

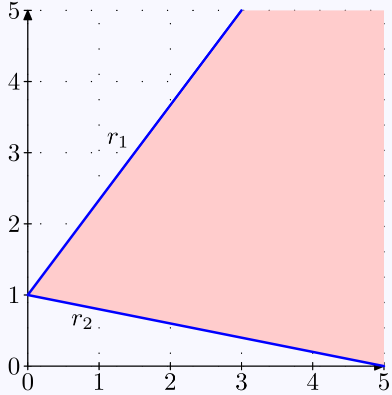
Ejercicio 12(a)

$$\begin{array}{rcl} r_1 \equiv \quad x+y & \leq & 5 \\ r_2 \equiv \quad x+y & \geq & 2 \end{array}$$



Ejercicio 12(b)

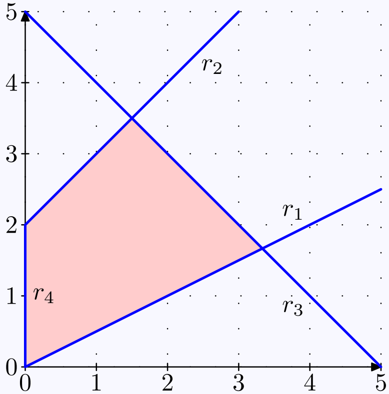
$$\begin{array}{rrcr} r_1 \equiv & 4x - 3y & \geq & -3 \\ r_2 \equiv & x + 4y & \geq & 5 \end{array}$$



□

Ejercicio 12(c)

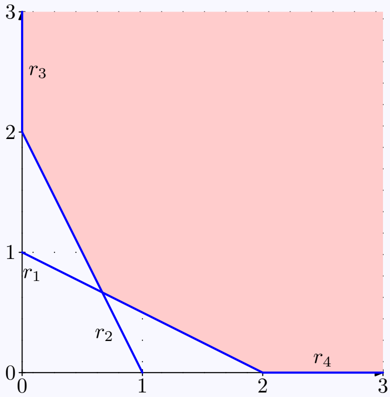
$$\begin{array}{rcl} r_1 \equiv & x & \leq & 2y \\ r_2 \equiv & y-x & \leq & 2 \\ r_3 \equiv & x+y & \leq & 5 \\ r_4 \equiv & x & \geq & 0 \end{array}$$



□

Ejercicio 12(d)

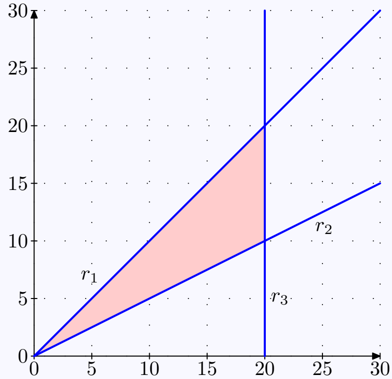
$$\begin{array}{rcl} r_1 \equiv & 2x+4y & \geq & 4 \\ r_2 \equiv & 6x+3y & \geq & 6 \\ r_3 \equiv & x & \geq & 0 \\ r_4 \equiv & y & \geq & 0 \end{array}$$



□

Ejercicio 12(e)

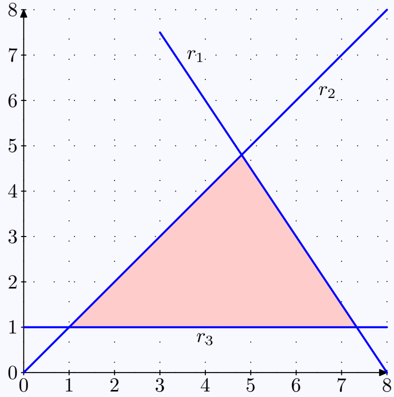
$$\begin{array}{rcl} r_1 \equiv \quad x & \geq & y \\ r_2 \equiv \quad x & \leq & 2y \\ r_3 \equiv \quad x & \leq & 20 \end{array}$$



□

Ejercicio 12(f)

$$
\begin{aligned}
r_1 \equiv \quad 3x + 2y &\leq 24 \\
r_2 \equiv \quad y &\leq x \\
r_3 \equiv \quad y &\geq 1
\end{aligned}
$$



□