Proyecto MaTEX

# Derivada-Aplicaciones

Fco Javier González Ortiz

## Directorio




D.L.:SA-1415-2004

ISBN: 84-688-8267-4


MaTEX

DERIVADA
APLICACIONES

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

# Tabla de Contenido

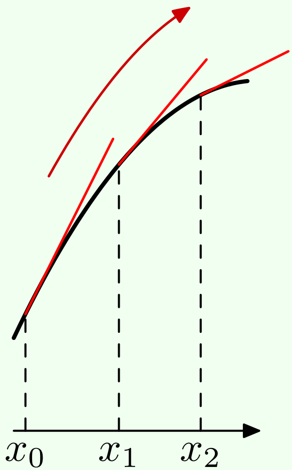
## 1. Función creciente

**Definición 1.1** *Sea $f$ una función definida en un intervalo $I$ La función $f$ es **estrictamente creciente**en el intervalo $I$ si cumple*

$$x_0 < x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_0) < f(x_1) < f(x_2)$$

- Si la función es creciente, en los puntos $x_0, x_1, x_2$ las rectas tangentes tienen pendiente positiva.
- Recuerda que la derivada de una función $y = f(x)$ en un punto $x$ indica la pendiente de la recta tangente en ese punto.
- Si $f(x)$ es derivable se tiene que

$$f'(x) > 0 \Longrightarrow f(x) \text{ Creciente}$$



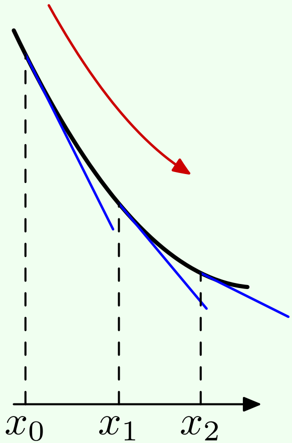
## 2. Función decreciente

**Definición 2.1** *Sea $f$ una función definida en un intervalo $I$ La función $f$ es* ***estrictamente decreciente*** *en el intervalo $I$ si cumple*

$$x_0 < x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_0) > f(x_1) > f(x_2)$$

- Si la función es decreciente, en los puntos $x_0, x_1, x_2$ las rectas tangentes tienen pendiente negativa.
- Recuerda que la derivada de una función $y = f(x)$ en un punto $x$ indica la pendiente de la recta tangente en ese punto.
- Si $f(x)$ es derivable se tiene que

$$f'(x) < 0 \Longrightarrow f(x) \text{ Decreciente}$$



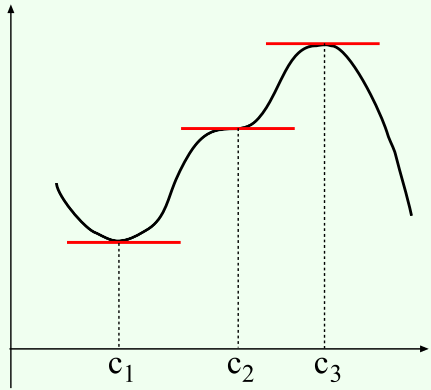
## 3. Puntos singulares

**Definición 3.1** *Sea $f$ una función definida en un intervalo $I$. Los puntos de la función que tienen tangente horizontal se llaman* ***puntos singulares****.*

*Como la tangente es horizontal su pendiente vale 0. En los puntos singulares se tiene que la derivada vale 0.* $f'(x) = 0$.

Hay tres casos:

- El punto $c_1$ se llama punto de mínimo relativo.
$$f'(c_1) = 0$$
- El punto $c_2$ se llama punto de inflexión.
$$f'(c_2) = 0$$
- El punto $c_3$ se llama punto de máximo relativo.
$$f'(c_3) = 0$$




A continuación estudiamos en detalle cada uno de ellos.

- **Máximo**

  Observa el gráfico.

  - A la izquierda de $x_1$ las tangentes tienen pendiente positiva, la función es creciente y la derivada

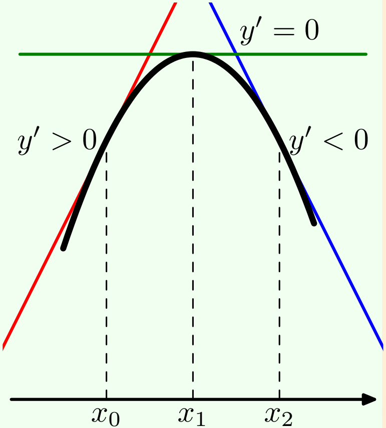
    $$y' > 0$$

  - A la derecha de $x_1$ las tangentes tienen pendiente negativa, la función es decreciente y la derivada

    $$y' < 0$$

  - En el punto $x_1$ la tangente es horizontal y hay un máximo

    $$y'(x_1) = 0$$




| | Máximo relativo | | |
|---|---|---|---|
| | | $x_1$ | |
| $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $y = f(x)$ | $\nearrow$ creciente | $f(x_1)$ | $\searrow$ decreciente |

- **Mínimo**

Observa el gráfico.

- A la izquierda de $x_1$ las tangentes tienen pendiente negativa, la función es decreciente y la derivada

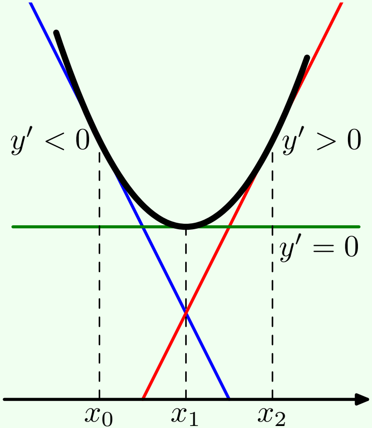
$$y' < 0$$

- A la derecha de $x_1$ las tangentes tienen pendiente positiva, la función es creciente y la derivada

$$y' > 0$$

- En el punto $x_1$ la tangente es horizontal y hay un mínimo

$$y'(x_1) = 0$$

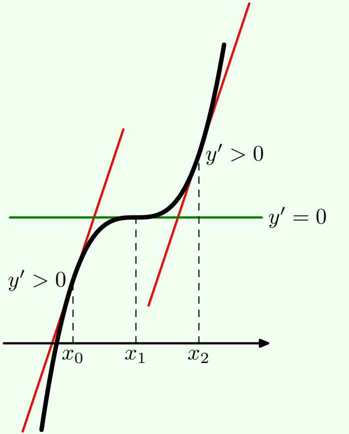


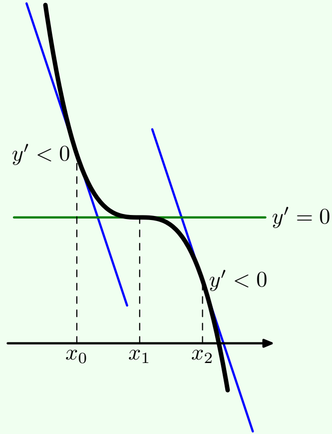

| | Mínimo relativo | | |
|---|---|---|---|
| | | $x_1$ | |
| $y'$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $y = f(x)$ | $\searrow$ decreciente | $f(x_1)$ | $\nearrow$ creciente |

MATEMATICAS 2º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADA
APLICACIONES
◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

- **Punto de inflexión**

Cuando la derivada es cero $y' = 0$, no siempre hay máximo o mínimo, pues depende como crezca o decrezca a la izquierda y derecha del punto.




| | Punto inflexión | | |
|---|---|---|---|
| | | $x_1$ | |
| $y'$ | $+$ | $0$ | $+$ |
| $y = f(x)$ | $\nearrow$ | $f(x_1)$ | $\nearrow$ |

| | Punto inflexión | | |
|---|---|---|---|
| | | $x_1$ | |
| $y'$ | $-$ | $0$ | $-$ |
| $y = f(x)$ | $\searrow$ | $f(x_1)$ | $\searrow$ |

MATEMATICAS
2º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADA
APLICACIONES
Doc Doc
Volver Cerrar

Así pues para estudiar si una función tiene o no, máximos o mínimos calculamos los puntos que anulan la derivada $y'$, estudiando a continuación el signo de la misma.

## 3.1. Clasificación Máximos y mínimos

**Teorema 3.1.** (Test de Clasificación ) Sea $f(x)$ una función y $c$ un punto donde $f'(c) = 0$

*a*) Test de Máximo Si $f'$ es positiva a la izquierda de $c$ y $f'$ es negativa a la derecha de $c$, entonces $c$ es un máximo local.

*b*) Test de Mínimo Si $f'$ es negativa a la izquierda de $c$ y $f'$ es positiva a la derecha de $c$, entonces $c$ es un mínimo local.

*c*) Test de Inflexión Si $f'(c) = 0$ no cambia de signo a la izquierda y a la derecha de $c$, entonces $c$ es un punto de inflexión.

**Ejemplo 3.1.** Estudiar el crecimiento de $f(x) = x^2 - 1$ .

*Solución*:

- Hallamos $f'$ e igualamos a cero. $f'(x) = 2x = 0 \Longrightarrow x = 0$
- Estudiamos el signo de la derivada dando valores a la izquierda y a la derecha de 0

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| y' | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| y | | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | |

- Decrece en $(-\infty, 0)$ y crece en $(0, +\infty)$.$x = 0$ es un mínimo.

$\square$

**Ejemplo 3.2.** Estudiar el crecimiento de $f(x) = x^3$ .

*Solución*: Hallamos $f'$ e igualamos a cero.

$$f'(x) = 3x^2 = 0 \Longrightarrow x = 0$$

Estudiamos el signo de la derivada

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| y' | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| y | | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | |

La función es siempre creciente El punto $x = 0$ es un punto de inflexión.

$\square$

**Ejemplo 3.3.** Estudiar el crecimiento de $f(x) = x^4 - 2x^2$ .

*Solución*:

- Hallamos $f'$ e igualamos a cero.

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$4x(x-1)(x+1) = 0 \Longrightarrow x = 0, \pm 1$$

- Estudiamos el signo de la derivada dando valores

$$f'(-2) = -24 < 0 \qquad f'(-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2} > 0$$

$$f'(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} < 0 \qquad f'(2) = 24 > 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | |

- La función es decreciente en $(-\infty, -1)$ y $(0, 1)$
- La función es creciente en $(-1, 0)$ y $(1, \infty)$.
- Hay dos mínimos en $m(-1, -1)$ y $m(1, -1)$.
- Hay un máximo en $M(0, 0)$.

$\square$

**Ejemplo 3.4.** Estudiar el crecimiento de $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ .

*Solución*:

- Hallamos $f'$ e igualamos a cero.

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$x(3\,x - 4) = 0 \Longrightarrow x = 0,\; x = \frac{4}{3}$$

- Estudiamos el signo de la derivada dando valores

$$f'(-1) = 7 > 0 \qquad f'(1) = -1 < 0 \qquad f'(2) = 4 > 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4/3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g$ | | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $f(4/3)$ | $\nearrow$ | |

- La función es decreciente en $(0, \dfrac{4}{3})$.
- La función es creciente en $(-\infty, 0)$ y $(\dfrac{4}{3}, \infty)$.
- Hay un mínimo en $x = \dfrac{4}{3}$.
- Hay un máximo en $x = 0$.

$\square$

**Ejercicio 1.** Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de:

*a*) $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

*b*) $g(x) = 4x^3 - x^4$

**Ejercicio 2.** Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de:

*a*) $f(x) = x^2 - \ln x^2$

*b*) $g(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x-4)}$

**Ejercicio 3.** Sea la función $f(x) = a\,x + \dfrac{1}{x}$. Hallar valores de $a$ para que $f(x)$ sea decreciente en $x = 2$

**Ejercicio 4.** La función $f(x) = 3\,x^2 + m\,x + 8$, tiene un mínimo en $x = 1$. Calcular $m$ y el valor del mínimo.

**Ejercicio 5.** Hallar $a$ y $b$ para que la función $f(x) = x^3 + a\,x^2 + b$, tenga un mínimo igual a 3 en $x = 2$.

**Ejercicio 6.** En un día desapacible, la temperatura $T$ en grados centígrados varió con el tiempo $t$ en horas según la función

$$T(t) = t^2 - 9\,t + 8$$

para $0 \leq t \leq 12$.

*a*) La temperatura a las dos de la mañana

*b*) ¿Cuál fue la temperatura mínima? ¿A que hora?



◀◀ ▶▶ ◀ ▶ ◀ Doc Doc ▶ Volver Cerrar

*c*) ¿A que hora hubo 0 grados?

*d*) Halla $T'(2)$ y explica su significado

**Ejercicio 7.** El consumo de gasolina de cierto coche viene dado por la función

$$C(x) = \frac{x^2}{400} - \frac{9x}{20} + \frac{113}{4}$$

donde $x$ es la velocidad en km/h y $C(x)$ es el consumo en litros cada 100 km.

*a*) Calcula cuál es el consumo mínimo y a qué velocidad se obtiene.

*b*) Estudia (representando la función) el consumo de gasolina en función de la velocidad.

Ejercicio 8. Clasifica los máximos y mínimos de las funciones:

(a) $f(x) = 2x^2 - x + 3$.

(b) $f(x) = (x-1)e^x$.

(c) $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2}$.

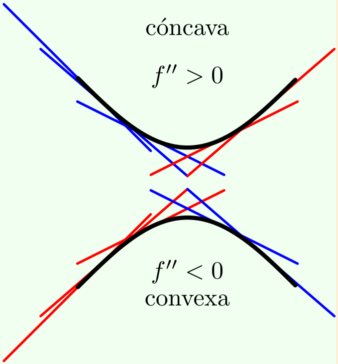
(d) $f(x) = x\,\ln x$.

(e) $f(x) = x\,\ln^2 x$.

(f) $f(x) = x^2\,\ln x$.

## 4. Concavidad y convexidad

A partir del gráfico se observa que donde la curva es **cóncava** $\cup$, las tangentes están por debajo de la función, y, donde la curva es **convexa** $\cap$, las tangentes están por encima de la función.
Por otra parte en la gráfica superior las pendientes van aumentando, es decir $f'(x)$ es creciente y por tanto su derivada es positiva $f''(x) > 0$

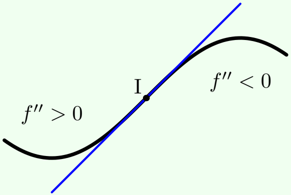


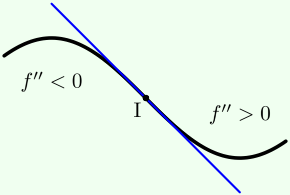

| | Mínimo relativo | | | Máximo relativo | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $x = a$ | | | $x = a$ | |
| $f'$ | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f$ | $\searrow$ | $\exists f(a)$ | $\nearrow$ | $\nearrow$ | $\exists f(a)$ | $\searrow$ |

MATEMATICAS 2º Bachillerato SOCIALES
MaTEX
DERIVADA APLICACIONES
◀◀ ▶▶ ◀ ▶ ◀ Doc Doc ▶ Volver Cerrar

## 4.1. Punto de Inflexión

Cuando en un punto $(a, f(a))$ la función cambia de concavidad se tiene un punto de inflexión, y la tangente en el punto, si existe, atraviesa la función.




| | Punto Inflexión | | |
|---|---|---|---|
| | | $x = a$ | |
| $f''$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f$ | $\cup$ | $\exists f(a)$ | $\cap$ |

| | Punto Inflexión | | |
|---|---|---|---|
| | | $x = a$ | |
| $f''$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f$ | $\cap$ | $\exists f(a)$ | $\cup$ |

Ejercicio 9. Hallar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de las funciones:

(a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.
(b) $f(x) = x^4 - 2x^3$.
(c) $f(x) = x^4 + 2x^2$.
(d) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$.
(e) $f(x) = e^x(x - 1)$.
(f) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$.

**Ejemplo 4.1.** Estudiar la concavidad, convexidad y puntos de inflexión de la función, $f(x) = x^3 - 3x + 4$.

*Solución*: Hallamos $f''$ derivando dos veces,

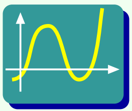
$$f'(x) = 3x^2 - 3 \qquad f''(x) = 6x$$

Resolvemos $f'' = 0$, $f''(x) = 6x = 0 \Longrightarrow x = 0$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f$ | $\cap$ | $f(0)$ | $\cup$ |

Punto de inflexión $I(0,4)$

□



◀ Pulsa y elige el botón Derivadas y realiza la siguiente práctica. Introduce en $f(x)$ la expresión `x^3-3*x+4`, y pulsa en *Nueva Función*.

**Práctica 4.1.**

Test. Responde a las siguientes cuestiones

**1.** Para valores de $x$ negativos, la función es:

(a) convexa (b) cóncava

**2.** Para valores de $x$ positivos, la función es:

(a) convexa (b) cóncava

◀

MATEMATICAS 2º Bachillerato SOCIALES
MaTEX
DERIVADA APLICACIONES
◀◀ ▶▶ ◀ ▶ ◀ Doc Doc ▶ Volver Cerrar

**Ejemplo 4.2.** Estudiar la concavidad, convexidad y puntos de inflexión de la función, $f(x) = x^4 - 6x^2$.

*Solución*: Hallamos $f''$ derivando dos veces,

$$f'(x) = 4x^3 - 12x \qquad f''(x) = 12x^2 - 12$$

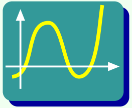
Resolvemos $f'' = 0, f''(x) = 12x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow x = \pm 1$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cup$ | $f(-1)$ | $\cap$ | $f(1)$ | $\cup$ | |

Puntos de inflexión
$I_1(-1, 5)$
$I_2(1, 5)$

$\square$

---



◀ Pulsa y elige el botón Derivadas y realiza la siguiente práctica. Introduce en $f(x)$ la expresión `x^4-6*x^2`, y pulsa en *Nueva Función*.

**Práctica 4.2.**

Test. Responde a las siguientes cuestiones

**1.** Para valores de $-1 < x < 1$ , la función es:

(a) convexa (b) cóncava

**2.** Para valores de $x > 1$, la función es:

(a) convexa (b) cóncava

**Ejercicio 10.** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & x \leq -1 \\ -x^2 + 2 & -1 < x \leq 1 \\ \ln x & 1 < x \end{cases}$$

*a*) Hallar $a$ para que $f(x)$ sea continua en $x = -1$

*b*) Representar $f(x)$ cuando $a = 3$

*c*) Hallar la derivada de $f(x)$ en $x = -1$ y $x = 1$

**Ejercicio 11.** Sea la función $f(x) = x \ln \dfrac{x}{a}, a > 0$. Hallar el valor de $a$ para que $f(x)$ tenga un mínimo relativo en $x = 1$

**Ejercicio 12.** La función $f(x) = 90\,x^2 - 0{,}2x^4$ es el beneficio en miles de euros que se obtiene por la fabricación de $x$ unidades de cierto producto.

*a*) ¿Cuántas unidades de este producto se han de fabricar para obtener un beneficio máximo?

*b*) ¿Cuál es este beneficio máximo?

**Ejercicio 13.** En una empresa el coste $C(x)$ de un artículo se calcula a partir de la cantidad $x$ de un producto que se pide cada vez que la empresa se queda sin él. Dicho coste viene expresado por la función

$$C(x) = \frac{200}{x} + \frac{x}{2} + 400$$

¿Cuál es la cantidad del producto $x$ que minimiza el coste para la empresa?

**Ejercicio 14.** La función $f(x) = x^3+ax^2+bx+c$, tiene un punto de derivada nula en $(1, 1)$, que no es un extremo relativo. Razonar el valor de $a, b$ y $c$.

**Ejercicio 15.** La función $f(x) = x^3+ax^2+bx+c$, tiene un punto de derivada nula en $(1, 1)$, que no es un extremo relativo. Razonar el valor de $a, b$ y $c$.

**Ejercicio 16.** La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, tiene como tangente en el punto de inflexión $(1, 0)$,la recta $y = -3x + 3$, y presenta un extremo en el punto de abcisa $x = 0$

**Ejercicio 17.** Hallar el valor de $b$ y $m$ para que la curva $y = x^3+bx^2+mx+1$ tenga un punto de inflexión en el punto $(0, 1)$, y la pendiente de la recta tangente en ese punto valga 1.

**Ejercicio 18.** La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, tiene como tangente en el punto $(1, 1)$,la recta $y = -x + 2$, y presenta un extremo en el punto $(0, 2)$.

**Ejercicio 19.** Determinar el polinomio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, que tiene 1 y 2 como raíces, pasa por $(-1, 24)$ y tiene un mínimo relativo en $x = 1$.

Test. Si una función $f(x)$ tiene recta tangente en el punto $(a, f(a))$ entonces existe $f'(a)$

(a) Verdadero (b) Falso

Test. Si $f'(c)$ no existe entonces existe $x = c$ es un punto crítico.

(a) Verdadero (b) Falso

**Ejercicio 20.** Estudiar la concavidad, convexidad y puntos de inflexión de las funciones:

(a) $f(x) = x^3 - 3x + 4$.
(b) $f(x) = x^4 - 6x^2$.
(c) $f(x) = (x-2)^4$.
(d) $f(x) = xe^x$.
(e) $f(x) = \ln(x+1)$.
(f) $f(x) = \dfrac{2-x}{x+1}$.

**Ejercicio 21.** Halla los intervalos de concavidad y convexidad de

$$f(x) = x|x|$$

y comprueba que existe un punto de inflexión en $x = 0$ a pesar de que no existe $f''(0)$.

## Soluciones a los Ejercicios

### Ejercicio 1.

*a*) Sea $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$. Con $Dom(f) = R - \{2\}$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = -\frac{1}{(x-2)^2} < 0 \qquad \forall x \in R - \{2\}$$

Luego $f$ es estrictamente decreciente.

*b*) Sea $g(x) = 4x^3 - x^4$. Resolvemos $g' = 0$

$$g'(x) = 12x^2 - 4x^3 = 0 \Longrightarrow 4x^2(3-x) = 0 \Longrightarrow x = 0, 3$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g$ | | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $27$ | $\searrow$ | |

Ejercicio 1




◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 2.**

*a*) Sea $f(x) = x^2 - \ln x^2$. Con $Dom(f) = R - \{0\}$ Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = 2x - \frac{2}{x} = 0 \Longrightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Longrightarrow x = \pm 1$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\nexists$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $\nexists$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | |

*b*) Sea $g(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x-4)}$. Con $Dom(g) = R - \{-1, 4\}$. Resolvemos $g' = 0$

$$g'(x) = -\frac{2x-3}{(x+1)^2(x-4)^2} = 0 \Longrightarrow x = 3/2$$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g$ | | $\searrow$ | $f(\frac{3}{2})$ | $\nearrow$ | |

Ejercicio 2


MaTEX
DERIVADA
APLICACIONES
◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 3.** Siendo

$$f(x) = a\,x + \frac{1}{x}$$

para que $f(x)$ sea decreciente en $x = 2$, (siendo $f(x)$ derivable en) es necesario que $f'(2) \leq 0$

$$f'(x) = a - \frac{1}{x^2}$$

luego

$$f'(2) \leq 0 \Longrightarrow a - \frac{1}{4} \leq 0 \Longrightarrow \boxed{a \leq \frac{1}{4}}$$

Ejercicio 3

**Ejercicio 4.** Como $f(x) = 3\,x^2 + m\,x + 8$,

$$f'(x) = 6\,x + m$$

- tiene un mínimo en $x = 1$, luego

$$f'(1) = 0 \Longrightarrow f'(1) = 6\,(1) + m = 0 \Longrightarrow \boxed{\text{m=-6}}$$

- el valor del mínimo es

$$f(1) = 3\,(1)^2 + 6\,(1) + 8 = 17$$

Ejercicio 4



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 5.** Como $f(x) = x^3 + a\,x^2 + b$,

$$f'(x) = 3\,x^2 + 2\,a\,x$$

- tiene un mínimo en $x = 2$, luego

$$f'(2) = 0 \Longrightarrow f'(2) = 3\,(2)^2 + 2\,a\,(2) = 0 \Longrightarrow \boxed{a = -3}$$

- el valor del mínimo es 3, luego

$$f(2) = 3 \Longrightarrow (2)^3 - 3\,(2)^2 + b = 3 \Longrightarrow \boxed{b = 7}$$

Ejercicio 5



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 6.** Como

$$T(t) = t^2 - 9\,t + 8 \qquad 0 \leq t \leq 12$$

*a*) La temperatura a las dos de la mañana será

$$T(2) = (2)^2 - 9\,(2) + 8 = -6$$

*b*) Hallamos $T'(t)$

$$T'(t) = 2\,t - 9 = 0 \Longrightarrow \boxed{t = 4{,}5}$$

a las 4,5 horas se alcanzó la temperatura mínima de $T(4{,}5) = -12{,}25$

*c*) ¿A que hora hubo 0 grados? resolvemos $T(t) = 0$

$$T(t) = t^2 - 9\,t + 8 = 0 \Longrightarrow \boxed{t = 1} \quad \boxed{t = 8}$$

*d*) Halla $T'(2)$ y explica su significado

$$T'(2) = 2\,(2) - 9 = -5$$

significa que a esa hora la temperatura está bajando a razón de 5 grados centígrados por hora.

Ejercicio 6

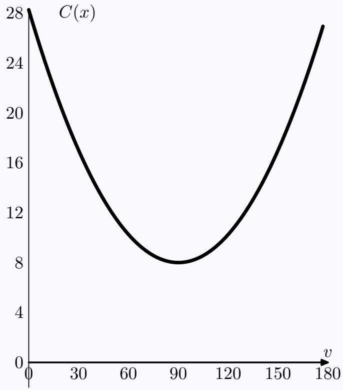
**Ejercicio 7.** Siendo el consumo $C(x) = \dfrac{x^2}{400} - \dfrac{9x}{20} + \dfrac{113}{4}$

*a*) $C'(x) = \dfrac{x}{200} - \dfrac{9}{20}$

$$C'(x) = \frac{x}{200} - \frac{9}{20} = 0 \Longrightarrow \boxed{x = 90}$$

a 90 km/h se alcanza el consumo mínimo que vale $C(90) = 8$ litros.

*b*) La gráfica de $C(x)$ es una parábola de mínimo $(90; 8)$.




Ejercicio 7



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 8(a)** Sea $f(x) = 2x^2 - x + 3$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = 4x - 1 = 0 \Longrightarrow x = 1/4$$

| $x$ | $-\infty$ | | $1/4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $f(1/4)$ | $\nearrow$ | |

$$\text{Mínimo } m\left(\frac{1}{4}, f(\frac{1}{4})\right)$$

$\square$



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 8(b)** Sea $f(x) = (x-1)e^x$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = x\,e^x = 0 \Longrightarrow x = 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $f(0) = -1$ | $\nearrow$ | |

Mínimo $m\,(0,-1)$

□

**Ejercicio 8(c)** Sea $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2}$. $Dom(f) = R - \{0\}$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{x^3} = 0 \Longrightarrow x^3 - 2 = 0 \Longrightarrow x = \sqrt[3]{2}$$

Punto crítico $x = \sqrt[3]{2}$, pues $x = 0 \notin Dom(f)$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\sqrt[3]{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $+$ | $\nexists$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\nearrow$ | $\nexists$ | $\searrow$ | $f(\sqrt[3]{2})$ | $\nearrow$ | |

$$\text{Mínimo } m\left(\sqrt[3]{2}, f(\sqrt[3]{2})\right)$$

$\square$

**Ejercicio 8(d)** Sea $f(x) = x\,\ln x$.

$$Dom(f) = (0, \infty)$$

Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = \ln x + 1 = 0 \Longrightarrow x = e^{-1}$$

| $x$ | $0$ | | $e^{-1}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $f(e^{-1})$ | $\nearrow$ | |

Mínimo $m(e^{-1}, -e^{-1})$

$\square$

**Ejercicio 8(e)** Sea $f(x) = x\,\ln^2 x$.

$$Dom(f) = (0, \infty)$$

Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = \ln x(\ln x + 2) = 0 \Longrightarrow x = 1, e^{-2}$$

| $x$ | $0$ | | $e^{-2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\nearrow$ | $4e^{-2}$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | |

Máximo $M(e^{-2}, 4e^{-2})$ Mínimo $m(1, 0)$

$\square$

**Ejercicio 8(f)** Sea $f(x) = x^2 \ln x$.

$$Dom(f) = (0, \infty)$$

Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = x(2\ln x + 1) = 0 \Longrightarrow x = e^{-1/2}$$

| $x$ | $0$ | $e^{-1/2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f$ | $\searrow$ | $f(e^{-1/2})$ | $\nearrow$ |

$$\text{Mínimo } m(e^{-1/2}, -\frac{1}{2e})$$

**Ejercicio 9(a)** Sea $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Longrightarrow 3(x^2 - 4x + 3) = 0 \Longrightarrow x = 1, 3$$

| $x$ | $-\infty$ | | 1 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f$ | | $\nearrow$ | 4 | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ | |

Máximo $M(1, 4)$ Mínimo $m(3, 0)$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = 6x - 12 = 0 \Longrightarrow 6(x - 2) = 0 \Longrightarrow x = 2$$

| $x$ | $-\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f$ | | $\cap$ | $f(2) = 2$ | $\cup$ | |

Punto de inflexión $I(2, 2)$

$\square$

**Ejercicio 9(b)** Sea $f(x) = x^4 - 2x^3$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 = 0 \Longrightarrow 2x^2(2x-3) = 0 \Longrightarrow x = 0, 3/2$$

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | $3/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $f(0)$ | $\searrow$ | $f(3/2)$ | $\nearrow$ | |

$$\text{Mínimo } m(\frac{3}{2}, f(\frac{3}{2})) = (\frac{3}{2}, -\frac{27}{16})$$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x = 0 \Longrightarrow 12x(x-1) = 0 \Longrightarrow x = 0, 1$$

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f$ | | $\cup$ | $f(0)$ | $\cap$ | $f(1)$ | $\cup$ | |

Puntos de inflexión $I_1(0, 0)$ $\quad I_2(1, -1)$

□

**Ejercicio 9(c)** Sea $f(x) = x^4 + 2x^2$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = 4x^3 + 4x = 0 \Longrightarrow 4x(x^2 + 1) = 0 \Longrightarrow x = 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $f(0)$ | $\nearrow$ | |

Mínimo $m(0,0)$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = 12x^2 + 2 \neq 0 \quad \forall x \Longrightarrow \text{ no se anula}$$

no tiene puntos de inflexión. Como

$$f''(x) > 0 \forall x$$

la función es cóncava.

**Ejercicio 9(d)** Sea $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2} = 0 \Longrightarrow 2x = 0 \Longrightarrow x = 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | | $\nearrow$ | $f(0)$ | $\searrow$ | |

Máximo $M(0,1)$

$$f'' = 0 \Longrightarrow f''(x) = \frac{6x^2-2}{(x^2+1)^3} = 0 \Longrightarrow 6x^2 - 2 = 0 \Longrightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ | | $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cup$ | $f(\dfrac{1}{\sqrt{3}})$ | $\cap$ | $f(\dfrac{1}{\sqrt{3}})$ | $\cup$ | |

Puntos de inflexión $I_1(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dfrac{3}{4})$ $\quad I_2(\dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dfrac{3}{4})$

□



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 9(e)** Sea $f(x) = e^x(x-1)$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = xe^x = 0 \Longrightarrow x = 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\searrow$ | $f(0)$ | $\nearrow$ | |

Mínimo $m(0, -1)$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f'(x) = (x+1)e^x = 0 \Longrightarrow (x+1) = 0 \Longrightarrow x = -1$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cap$ | $f(-1)$ | $\cup$ | |

Punto de inflexión $I(-1, -2e^{-1})$

□

**Ejercicio 9(f)** Sea $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$. Con $Dom(f) = R - \{0\}$. Resolvemos $f' = 0$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2} \neq 0$$

Como $f'(x) > 0 \qquad \forall x \in Dom(f)$ es siempre creciente.
Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = -\frac{2}{x^3} \neq 0$$

Como $f'(x) \neq 0 \qquad \forall x \in Dom(f)$ no tiene puntos de inflexión. □

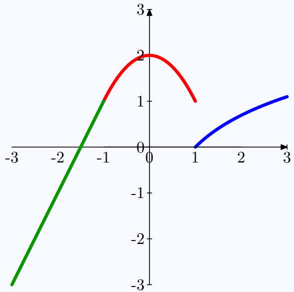
**Ejercicio 10.** Siendo

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & x \leq -1 \\ -x^2 + 2 & -1 < x \leq 1 \\ \ln x & 1 < x \end{cases}$$

*a*) Para que $f(x)$ sea continua en $x = -1$

$$f(-1^-) = -2 + a = f(-1^+) = 1 \Longrightarrow a = 3$$

*b*) Representar cuando $a = 3$




*c*) Es derivable en $x = -1$ , pues:

$$f'(-1^-) = 2 \qquad f'(-1^+) = (-2x) = 2$$

y no es derivable en $x = 1$, ya que no es continua.

Ejercicio 10



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 11.** Siendo

$$f(x) = x \ln \frac{x}{a}, a > 0$$

para que $f(x)$ tenga un mínimo relativo en $x = 1$, (siendo $f(x)$ derivable en) es necesario que $f'(1) = 0$

$$f'(x) = \ln \frac{x}{a} + x \cdot \frac{a}{x} \cdot \frac{1}{a} = \ln \frac{x}{a} + 1$$

luego

$$f'(1) = 0 \Longrightarrow \ln \frac{1}{a} + 1 = 0 \Longrightarrow \ln a = 1 \Longrightarrow \boxed{a = e}$$

Para comprobar que es mínimo se calcula

$$f''(x) = \frac{1}{x} \qquad f''(e) > 0 \Longrightarrow \text{ es un mínimo}$$

Ejercicio 11


MaTEX
DERIVADA
APLICACIONES
◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 12.** Sea $f(x) = 90\,x^2 - 0{,}2x^4$ el beneficio en miles de euros que se obtiene por la fabricación de $x$ unidades

*a*) Buscamos el máximo

$$f'(x) = 180\,x - 0{,}8\,x^3 = 0 \Longrightarrow x(180 - 0{,}8\,x^2) = 0 \Longrightarrow$$

$$x = 0 \qquad x = \pm 15$$

*b*) El beneficio máximo es $f(15) = 10125$ euros.

Ejercicio 12



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 13.** Siendo

$$C(x) = \frac{200}{x} + \frac{x}{2} + 400$$

buscamos el mínimo con la condición $C'(x) = 0$

$$C'(x) = -\frac{200}{x^2} + \frac{1}{2}$$

luego

$$C'(x) = 0 \Longrightarrow -\frac{200}{x^2} + \frac{1}{2} = 0 \Longrightarrow x = \pm 20$$

Para comprobar si $x = 20$ es mínimo, hallamos $C''(20)$

$$C''(x) = +\frac{400}{x^3} \qquad C''(20) > 0 \Longrightarrow \text{ es un mínimo}$$

Ejercicio 13

**Ejercicio 14.** Como $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$,

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \qquad f''(x) = 6x + 2a$$

- $f$ pasa por $(1, 1)$, luego $f(1) = 1 \Longrightarrow \boxed{\text{1+a+b+c=1}}$
- Derivada nula en $(1, 1)$ luego $\Longrightarrow f'(1) = 0 \Longrightarrow \boxed{\text{3+2a+b=0}}$
- $(1, 1)$ es punto de inflexión, luego $f''(1) = 0 \Longrightarrow \boxed{\text{6+2a=0}}$

Resolviendo el sistema se obtiene

$$a = -3 \quad b = 3 \quad c = -1$$

y la función pedida es $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ Ejercicio 14

**Ejercicio 15.** Como $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$,

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \qquad f''(x) = 6x + 2a$$

- $f$ pasa por $(1,1)$, luego $f(1) = 1 \Longrightarrow \boxed{\text{1+a+b+c=1}}$
- Derivada nula en $(1,1)$ luego $\Longrightarrow f'(1) = 0 \Longrightarrow \boxed{\text{3+2a+b=0}}$
- $(1,1)$ es punto de inflexión, luego $f''(1) = 0 \Longrightarrow \boxed{\text{6+2a=0}}$

Resolviendo el sistema se obtiene

$$a = -3 \quad b = 3 \quad c = -1$$

y la función pedida es $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ Ejercicio 15

**Ejercicio 16.** Como $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \qquad f''(x) = 6ax + 2b$$

- $(1,0)$ es punto de inflexión $\Longrightarrow f''(1) = 0 \Longrightarrow$ $\boxed{\text{6a+2b=0}}$
- $y = -3x + 3$ es tangente en $(1,0)$, luego $f'(1) = -3$

$$\boxed{\text{3a+2b+c=-3}}$$

- $f$ pasa por $(1,0)$, luego $f(1) = 0 \Longrightarrow$ $\boxed{\text{a+b+c+d=0}}$
- En $x = 0$, hay un extremo, luego $f'(0) = 0 \Longrightarrow$ $\boxed{\text{c=0}}$

Resolviendo el sistema se obtiene

$$a = 1 \quad b = -3 \quad c = 0 \quad d = 2$$

y la función pedida es $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Ejercicio 16



◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 17.** Como $f(x) = x^3 + bx^2 + mx + 1$,

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx + m \qquad f''(x) = 6x + 2b$$

- $(0,1)$ es punto de inflexión, luego $f''(0) = 0 \Longrightarrow \boxed{\text{2b=0}}$
- Derivada en $x = 0$ vale 1, luego $\Longrightarrow f'(0) = 1 \Longrightarrow \boxed{\text{m=1}}$

Resolviendo el sistema se obtiene

$$b = 0 \quad m = 1$$

y la función pedida es $f(x) = x^3 + x + 1$ Ejercicio 17




◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

**Ejercicio 18.** Como $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \qquad f''(x) = 6ax + 2b$$

- $f$ pasa por $(1,1)$, luego $f(1) = 1 \Longrightarrow \boxed{\text{a+b+c+d=1}}$
- $f$ pasa por $(0,2)$, luego $f(0) = 2 \Longrightarrow \boxed{\text{d=2}}$
- La pendiente en $x = 1$ es $-1 \Longrightarrow f'(1) = -1 \Longrightarrow \boxed{\text{3a+2b+c=-1}}$
- Un extremo en $x = 0$, luego $\Longrightarrow f'(0) = 0 \Longrightarrow \boxed{\text{c=0}}$

Resolviendo el sistema se obtiene

$$a = 1 \quad b = -2 \quad c = 0 \quad d = 2$$

y la función pedida es $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$ Ejercicio 18

**Ejercicio 19.** Como $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,

$$p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \qquad p''(x) = 6ax + 2b$$

- $f$ pasa por $(-1, 24)$, luego $p(-1) = 24 \Longrightarrow$ $\boxed{\text{-a+b-c+d=24}}$
- $x = 1$ es una raíz , luego $p(1) = 0 \Longrightarrow$ $\boxed{\text{a+b+c+d=0}}$
- $x = 2$ es una raíz , luego $p(2) = 0 \Longrightarrow$ $\boxed{\text{8a+4b+2c+d=0}}$
- Un mínimo en $x = 1$, luego $\Longrightarrow p'(1) = 0 \Longrightarrow$ $\boxed{\text{3a+2b+c=0}}$

Resolviendo el sistema se obtiene

$$a = -2 \quad b = 8 \quad c = -10 \quad d = 4$$

y el polinomio pedido es $p(x) = -2x^3 + 8x^2 - 10x + 4$ Ejercicio 19

**Ejercicio 20(a)** Sea $f(x) = x^3 - 3x + 4$. Hallamos $f''$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \qquad f''(x) = 6x$$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = 6x = 0 \Longrightarrow x = 0$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cap$ | $f(0)$ | $\cup$ | |

Punto de inflexión $I(0,4)$

$\square$

**Ejercicio 20(b)** Sea $f(x) = x^4 - 6x^2$. Hallamos $f''$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x \qquad f''(x) = 12x^2 - 12$$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = 12x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow x = \pm 1$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cup$ | $f(-1)$ | $\cap$ | $f(1)$ | $\cup$ | |

Puntos de inflexión $I_1(-1,5)$ $\quad$ $I_2(1,5)$

$\square$

**Ejercicio 20(c)** Sea $f(x) = (x-2)^4$. Hallamos $f''$

$$f'(x) = 4(x-2)^3 \qquad f''(x) = 12(x-2)^2$$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = 12(x-2)^2 = 0 \Longrightarrow x = 2$$

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cup$ | $f(2)$ | $\cup$ | |

No tiene puntos de Inflexión. $\square$

**Ejercicio 20(d)** Sea $f(x) = xe^x$. Hallamos $f''$

$$f'(x) = (x+1)e^x \qquad f''(x) = (x+2)e^x$$

Resolvemos $f'' = 0$

$$f''(x) = (x+2)e^x = 0 \Longrightarrow (x+2) = 0 \Longrightarrow x = -2$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cap$ | $f(-2)$ | $\cup$ | |

Punto de inflexión $I(-2, -2e^{-2})$

**Ejercicio 20(e)** Sea $f(x) = \ln(x+1)$. $Dom(f) = (-1, \infty)$. Hallamos $f''$

$$f'(x) = \frac{1}{x+1} \qquad f''(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$$

- Como $f'' \neq 0$ no tiene puntos de inflexión.
- Como $f'' < 0 \qquad \forall x \in Dom(f)$, es siempre convexa.

□

**Ejercicio 20(f)** Sea $f(x) = \dfrac{2-x}{x+1}$. $Dom(f) = R - \{-1\}$. Hallamos $f''$

$$f'(x) = -\frac{3}{(x+1)^2} \qquad f''(x) = \frac{6}{(x+1)^3}$$

- Como $f'' \neq 0$ no tiene puntos de inflexión.
- Concavidad y convexidad:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $-$ | $\nexists$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cap$ | $\nexists$ | $\cup$ | |

□

**Ejercicio 21.** Siendo

$$f(x) = x|x| \Longrightarrow \begin{cases} -x^2 & x \leq 0 \\ x^2 & 0 < x \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -2x & x < 0 \\ 2x & 0 < x \end{cases} \qquad f''(x) = \begin{cases} -2 & x < 0 \\ 2 & 0 < x \end{cases}$$

Como

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $-$ | $\nexists$ | $+$ | |
| $f$ | | $\cap$ | $0$ | $\cup$ | |

El punto $x = 0$ es un punto de Inflexión y $f''(0)$ no existe. Ejercicio 21




◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

## Soluciones a los Tests

**Solución al Test:** Puede existir la recta tangente en el punto $(a, f(a))$ sin que exista la derivada en dicho punto. Por ejemplo la función

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

tiene en el origen $x = 0$ como tangente vertical el eje $OY$ y sin embargo

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

no existe $f'(0)$. Final del Test

**Solución al Test:** Es falso. Para que $x = c$ sea un punto crítico no basta que no exista $f'(c)$, además $c$ tiene que estar en el dominio de $f$.

Final del Test

# Índice alfabético