

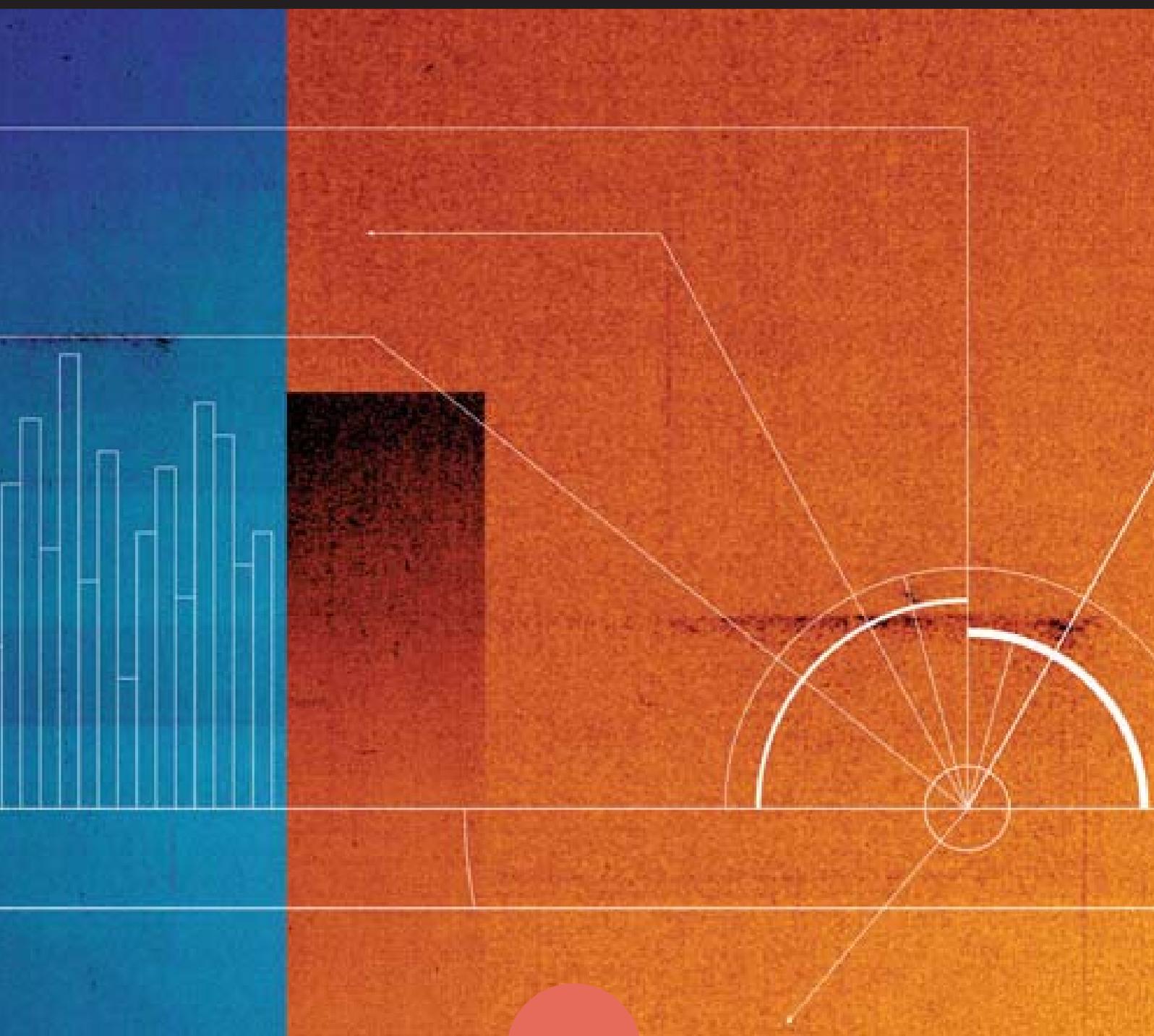
Ejercicios y Problemas de Matemáticas de 1º a 3º de ESO



María Jesús Calvo Jiménez
Ana Melgar Durán
Roberto Rodríguez del Río
María Celia Saras Pazos



Publicaciones
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN



CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN

Consejera de Educación

Excma. Sra. Dña. Lucía Figar de Lacalle

Viceconsejera de Educación

Ilma. Sra. Dña. Alicia Delibes Liniers

Directora General de Educación Secundaria y Enseñanzas Profesionales

Ilma. Sra. Dña. M^a José García-Patrón Alcázar

Área de Publicaciones

Julia González Henche
Juan Ignacio Fries García
Javier Alcántara Ortega
Gregorio Herráiz Pérez

© María Jesús Calvo Jiménez, Ana Melgar Durán,
Roberto Rodríguez del Río y María Celia Saras Pazos

© Comunidad de Madrid
Edita: Dirección General de Educación Secundaria y
Enseñanzas Profesionales de la Consejería de Educación
de la Comunidad de Madrid
Gran Vía, 20, 3^a planta. 28013 Madrid
Tel.: 917201403 Fax.: 917201307

www.madrid.org

Tirada: 900 ejemplares
1^a Edición: 12/2010

Preimpresión: Allende Branding
Impresión: Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid

Depósito Legal: M-53.033-2010
ISBN: 978-84-451-3350-7

Impreso en España - Printed in Spain



Biblioteca Virtual

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN
Comunidad de Madrid

Esta versión digital de la obra impresa forma parte de la Biblioteca Virtual de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid y las condiciones de su distribución y difusión de encuentran amparadas por el marco legal de la misma.

www.madrid.org/edupubli

edupubli@madrid.org

Ejercicios y Problemas de Matemáticas de 1º a 3º de ESO

María Jesús Calvo Jiménez
Ana Melgar Durán
Roberto Rodríguez del Río
María Celia Saras Pazos



 CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN
Comunidad de Madrid

www.madrid.org

Índice

Presentación	7
Presentación de los autores	9
Estándares de Matemáticas	10
Primera parte: Material para el alumno. Enunciados	
1. Primero de ESO	
1.1. Números, medidas y operaciones	30
1.1.1. Números naturales y enteros	
1.1.2. Fracciones y decimales	
1.1.3. Porcentajes y proporcionalidad	
1.1.4. Medida de magnitudes	
1.2. Álgebra	41
1.3. Geometría	43
1.4. Tratamiento de la información. Gráficas	47
2. Segundo de ESO	
2.1. Números	53
2.1.1. Divisibilidad	
2.1.2. Operaciones, potencias y raíces	
2.1.3. Fracciones y decimales	
2.1.4. Porcentajes y proporcionalidad	
2.1.5. Medidas y magnitudes	
2.2. Álgebra	61
2.3. Geometría	64
2.4. Funciones y gráficas	68
2.5. Estadística y probabilidad	72
3. Tercero de ESO	
3.1 Números	74
3.1.1. Operaciones	
3.1.2. Proporcionalidad y porcentajes	
3.2. Álgebra	79
3.3. Geometría	84
3.4. Funciones y gráficas	90
3.5. Estadística y probabilidad	94

Segunda parte: Material para el profesor. Solucionario

1. Primero de ESO

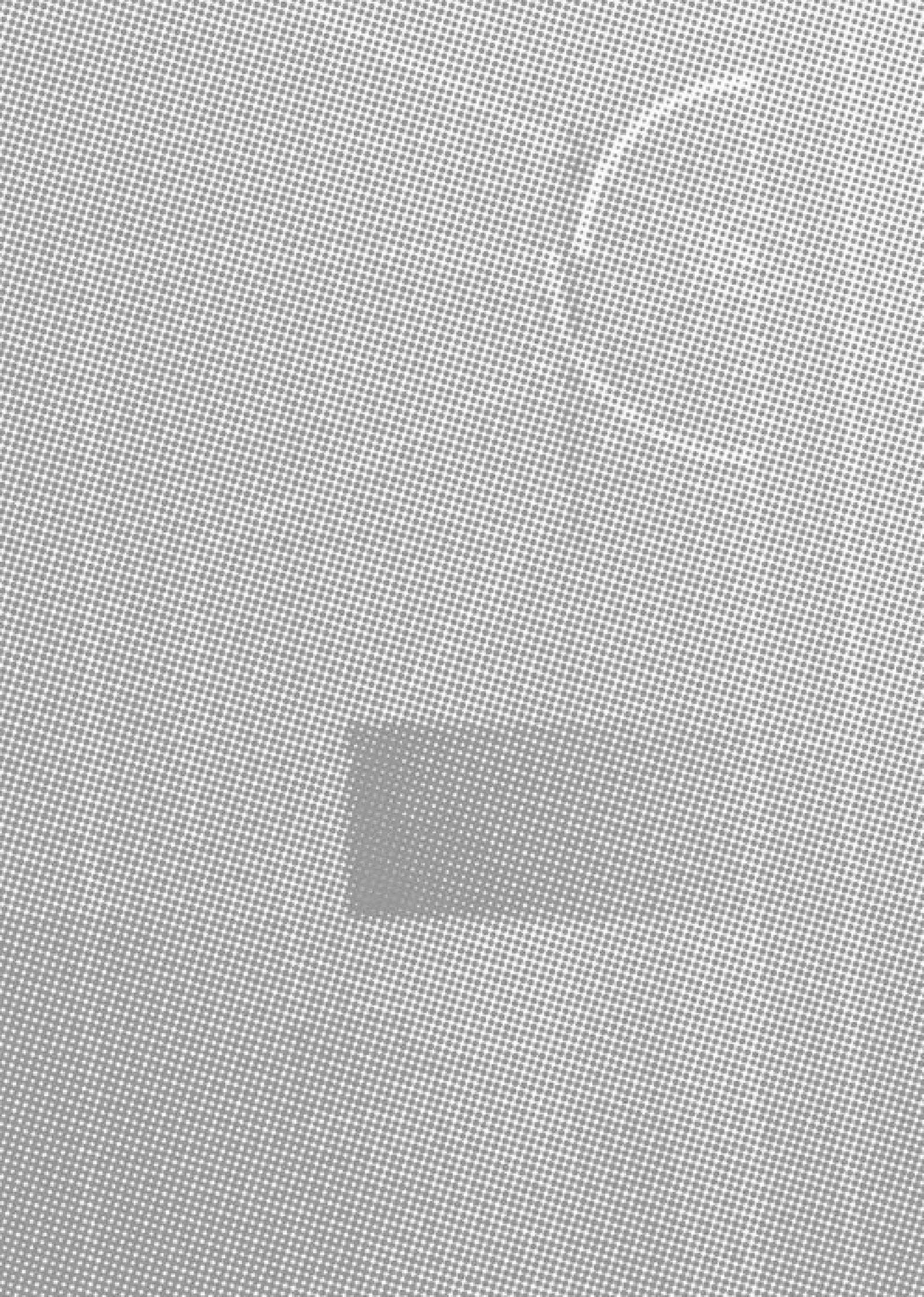
1.1. Números, medidas y operaciones	100
1.1.1. Números naturales y enteros	
1.1.2. Fracciones y decimales	
1.1.3. Porcentajes y proporcionalidad	
1.1.4. Medida de magnitudes	
1.2. Álgebra	111
1.3. Geometría	113
1.4. Tratamiento de la información. Gráficas	117

2. Segundo de ESO

2. Números	123
2.1.1. Divisibilidad	
2.1.2. Operaciones, potencias y raíces	
2.1.3. Fracciones y decimales	
2.1.4. Porcentajes y proporcionalidad	
2.1.5. Medidas y magnitudes	
2.2. Álgebra	131
2.3. Geometría	134
2.4. Funciones y gráficas	138
2.5. Estadística y probabilidad	142

3. Tercero de ESO

3. Números	144
3.1.1. Operaciones	
3.1.2. Proporcionalidad y porcentajes	
3.2. Álgebra	149
3.3. Geometría	154
3.4. Funciones y gráficas	160
3.5. Estadística y probabilidad	164



Presentación

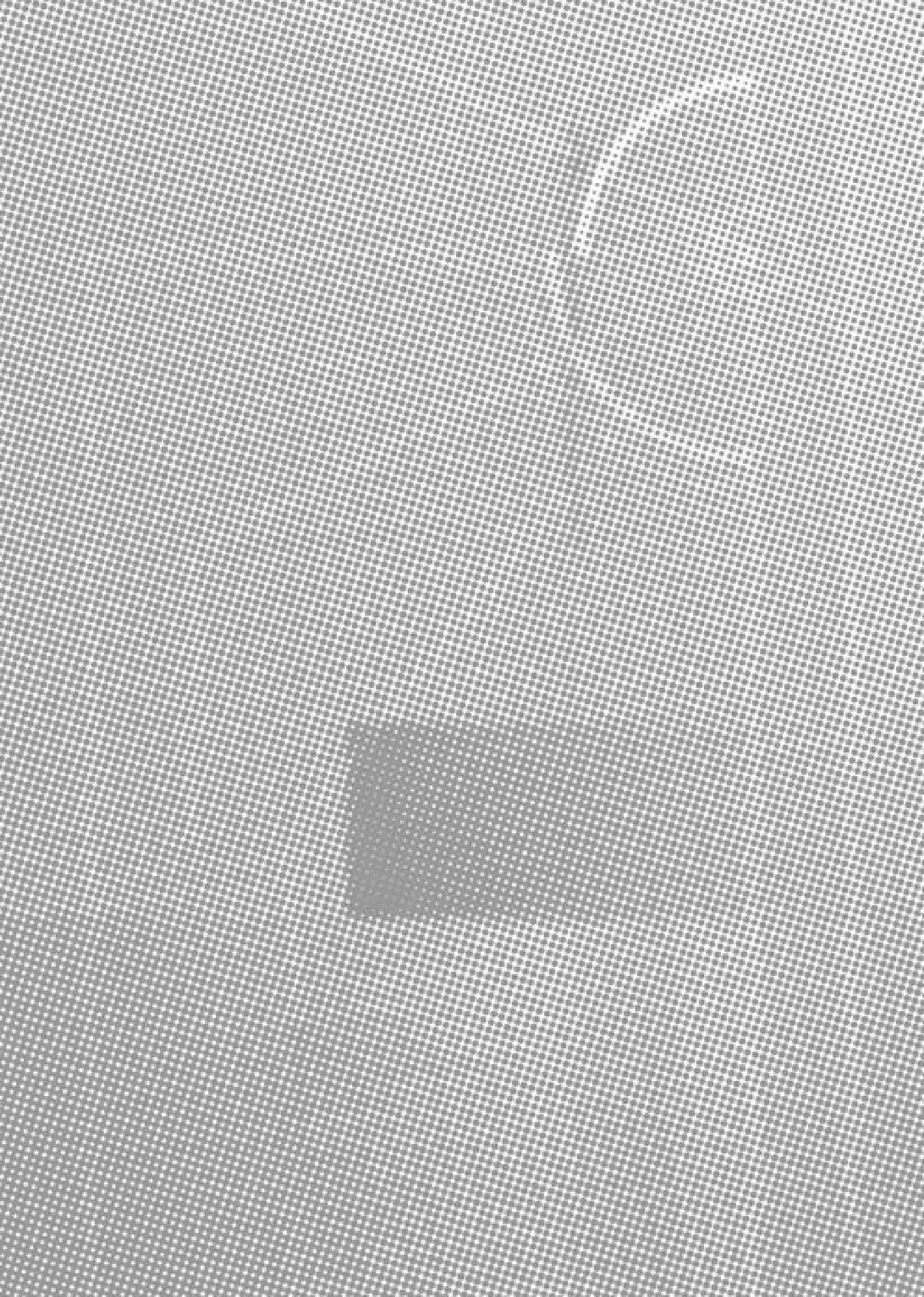
Con la publicación de este libro de "Ejercicios y Problemas de Matemáticas de 1º a 3º de ESO", la Consejería de Educación ha querido poner en manos de los profesores de Matemáticas una colección de problemas y ejercicios que podrá servirles de ayuda a la hora de impartir sus clases.

Los 254 ejercicios y problemas se han seleccionado de forma que se abarcara todo el currículo de Matemáticas poniendo especial énfasis en aquellas cuestiones que se consideran esenciales para los alumnos de los tres primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria.

Por otra parte, "Ejercicios y Problemas de Matemáticas de 1º a 3º de ESO" ofrece la posibilidad de que el alumno, a la hora del estudio, lo haga haciendo frente a ejemplos adecuados a su grado de madurez y de características similares a los que encontrará en el momento de realizar una prueba de diagnóstico o una evaluación externa, lo que redundará en la mejora de los resultados obtenidos.

Este libro ha podido ser publicado gracias a la colaboración y al esfuerzo de los autores que han unido a su profesionalidad y experiencia docente, su vocación e ilusión. A ellos mi agradecimiento, en nombre de todos los profesores y alumnos, auténticos destinatarios de este trabajo.

M^a. José García-Patrón Alcázar
Directora General de Educación Secundaria y Enseñanzas Profesionales



Presentación de los autores

Este libro contiene ejemplos y ejercicios de acuerdo a los estándares o conocimientos esenciales de la materia de Matemáticas para los tres primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria adoptados por la Consejería de Educación. Si bien los ejercicios pretenden cubrir todos los ítems, no están ajustados a ellos de manera sistemática y exhaustiva. Hay ejercicios que tienen que ver con un ítem en concreto y hay otros que están relacionados con varios. Creemos que de esta manera el material puede resultar, no sólo una referencia para ilustrar los estándares, sino también una herramienta de utilidad para el trabajo diario.

El libro contiene una primera parte con los enunciados de los ejercicios, con el objeto de que se puedan reproducir y utilizar con los alumnos, y una segunda parte para el profesor, con las soluciones a los ejercicios. En la mayoría de los casos figura únicamente la solución. Sólo en aquellos casos en los que se ha considerado necesario, se ha añadido alguna indicación adicional.

Elegir unos ejercicios y problemas adecuados para la clase de Matemáticas es, sin duda, una de las labores más importantes y, a veces, más difíciles de entre las muchas que un profesor de Matemáticas de Educación Secundaria tiene entre manos. Nuestro deseo es que este libro pueda ser, junto al libro de texto y otros materiales, una fuente más para elegir actividades cuando así lo considere adecuado el profesor. Si el libro puede ser una pequeña ayuda para el gran reto de enseñar Matemáticas en Secundaria, el esfuerzo habrá merecido la pena.

Para acabar, queremos agradecer al International GeoGebra Institute por su autorización de uso del software GeoGebra para realizar las figuras de este libro. Y queremos expresar nuestro más cariñoso agradecimiento a Natalia Cavero por haber hecho un excelente trabajo en la preparación del manuscrito y de las correcciones posteriores.

María Jesús Calvo Jiménez
Ana Melgar Durán
Roberto Rodríguez del Río
María Celia Saras Pazos

Estándares de Matemáticas

Los estándares o conocimientos esenciales de la materia de Matemáticas para los tres primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Madrid, establecidos por la Resolución de 30 de septiembre de 2009, de la Dirección General de Educación Secundaria y Enseñanzas Profesionales (BOCM de 21 de octubre de 2009) son los siguientes:

Matemáticas. Estándares 1º de E.S.O.

Números, medidas y operaciones

1. Números naturales y enteros

1. Leer, escribir y ordenar cualquier número natural.
2. Pasar al sistema decimal de numeración números en el sistema romano de numeración, tales como MMCXXI, CMX, CMXLIII.
3. Utilizar el sistema romano de numeración para datar hechos históricos.
4. Descomponer cualquier número natural atendiendo al valor de posición de sus cifras.
5. Calcular con soltura el resultado de expresiones que combinan operaciones con números naturales, respetando la jerarquía de operaciones y los paréntesis.
6. Determinar, dada una pareja de números, si uno de ellos es, o no, múltiplo o divisor del otro.
7. Hallar los primeros múltiplos de un número natural dado.
8. Conocer y aplicar las reglas de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 11.
9. Hallar todos los divisores de cualquier número menor que 200.
10. Identificar y definir números primos y números compuestos.
11. Hallar, dados dos números menores que 100, sus divisores comunes.
12. Aplicar la divisibilidad a la resolución de problemas en los que sea necesario hallar divisores o múltiplos de un número.
13. Utilizar números negativos para reflejar situaciones diversas: Temperaturas bajo 0, débito en cuentas bancarias, profundidades marinas, pisos por debajo del nivel del suelo, etcétera.
14. Situar sobre una recta, una vez marcados el 0 y el 1, cualquier número entero.
15. Ordenar series de números enteros.
16. Intercalar entre dos números enteros otros números enteros.

- 17.** Utilizar correctamente las reglas de los signos en operaciones con números enteros.
- 18.** Hallar el opuesto y el valor absoluto de un entero.
- 19.** Eliminar paréntesis en las operaciones con números enteros.
- 20.** Calcular el resultado de operaciones combinadas con números enteros, utilizando correctamente la jerarquía de las operaciones y los paréntesis.
- 21.** Identificar una potencia de un número natural como un producto de factores iguales.
- 22.** Conocer la lista de los primeros números cuadrados perfectos.
- 23.** Identificar en una potencia de base 10 el exponente con el número de ceros que siguen a la unidad y verificar de este modo las propiedades del cálculo con potencias.
- 24.** Efectuar cálculos en los que intervienen potencias de 10, utilizando las reglas básicas de las operaciones con potencias.
- 25.** Expresar un número natural mediante suma de potencias de 10.
- 26.** Conocer la raíz cuadrada de los primeros números cuadrados perfectos menores que 200.

2. Fracciones y decimales

- 27.** Leer y escribir números decimales con cifras y con palabras.
- 28.** Automatizar el cálculo del producto de un decimal por una potencia natural de 10.
- 29.** Ordenar números decimales.
- 30.** Intercalar números decimales entre otros dos decimales dados.
- 31.** Redondear números decimales aproximando a la décima, centésima, milésima, etcétera.
- 32.** Calcular el decimal equivalente a una fracción.
- 33.** Encuadrar el valor numérico de una fracción entre dos naturales consecutivos.
- 34.** Situar (representar) una fracción dada sobre una recta en la que están situados previamente el 0 y el 1.
- 35.** Ordenar conjuntos numéricos formados por fracciones y decimales.
- 36.** Hallar fracciones equivalentes a otra fracción dada.
- 37.** Simplificar fracciones sencillas hasta hacerlas irreducibles.
- 38.** Explicar mediante ejemplos cómo una misma cantidad se puede expresar mediante fracciones distintas equivalentes entre sí.
- 39.** Sumar y restar fracciones con el mismo denominador.

- 40.** Multiplicar y dividir cualquier tipo de fracciones.
- 41.** Resolver problemas mediante aplicación directa de las operaciones con fracciones, dando el resultado en forma de fracción y de decimal adecuadamente redondeado.

3. Porcentajes y proporcionalidad

- 42.** Expresar e interpretar un porcentaje o tanto por ciento como una fracción o su decimal equivalente.
- 43.** Calcular un número del que se conoce un determinado porcentaje.
- 44.** Dada una subida o bajada del precio de un producto, calcular el porcentaje de aumento o disminución.
- 45.** Resolver problemas en los que es necesario el cálculo de incrementos y disminuciones porcentuales con porcentajes habituales.
- 46.** Detectar la existencia o inexistencia de proporcionalidad directa en parejas de magnitudes comprobando si se verifica “Ley del doble, triple, ..., mitad”, o por cualquier otro procedimiento.
- 47.** Completar tablas de magnitudes directamente proporcionales.
- 48.** Resolver problemas de proporcionalidad aplicando la regla de tres o cualquier otro método apropiado.

4. Medida de magnitudes

- 49.** Conocer el funcionamiento del Sistema Métrico Decimal para las magnitudes longitud, capacidad y peso del Sistema Internacional, relacionándolo con el funcionamiento del sistema decimal de numeración.
- 50.** Utilizar las equivalencias entre las diferentes unidades de medida de las magnitudes longitud, capacidad y peso para realizar cambios de unidades.
- 51.** Conocer las unidades de medida de superficie y de volumen, sus equivalencias, y realizar cambios entre ellas.
- 52.** Conocer las equivalencias entre las unidades de medida de capacidad y volumen y realizar cambios entre ellas.
- 53.** Conocer y utilizar las unidades de medida angulares: Grados, minutos y segundos, y sus equivalencias.
- 54.** Conocer y utilizar las unidades de medida temporales: Días, horas, minutos y segundos, y sus equivalencias.
- 55.** Expresar en forma simple, elegida una unidad de medida, una cantidad dada en forma compleja.
- 56.** Ordenar medidas relativas a una cualquiera de las magnitudes estudiadas:
— Dadas en forma simple con distinta unidad: 3,5 km, 43 hm y 4.200 m.
— Dadas en forma compleja: 2 horas 40 minutos y 150 minutos 58 segundos.

- 57.** Expresar en forma compleja cantidades dadas en forma simple.
- 58.** Resolver problemas en los que sea necesario efectuar cálculos horarios.
- 59.** Efectuar cálculos con medidas angulares. Por ejemplo:
— $32^\circ 15' + 27^\circ 33' = 59^\circ 48'$.
— $12^\circ 41' + 23^\circ 38' = \dots\dots$
- 60.** Efectuar sumas y restas con expresiones numéricas de medida dadas en el sistema métrico decimal en forma simple y dar el resultado en la unidad determinada de antemano. Por ejemplo:
— $314 \text{ dl} - 600 \text{ cl} = \dots\dots$ litros.
— $35 \text{ km} + 65 \text{ dam} + 52 \text{ m} = \dots\dots$ metros.
- 61.** Efectuar conversiones monetarias y cambios de divisa entre las distintas unidades: Euro, dólar americano, franco suizo, etcétera.

Álgebra

- 62.** Sustituir las letras en las fórmulas geométricas habituales (que dan las áreas de algunas figuras) por números y calcular el resultado.
- 63.** Describir situaciones o enunciados que dependen de cantidades variables mediante expresiones algebraicas.
- 64.** Aplicar la propiedad distributiva para transformar productos en sumas.
- 65.** Sacar factor común en expresiones algebraicas para transformar sumas en productos (factorizarlas).
- 66.** Resolver ecuaciones con una incógnita, de los tipos:
— $x \pm a = b$
— $x \cdot a = b$ ($a \neq 0$).
— $x : a = b$ ($a \neq 0$).
En las que a y b representan números enteros o decimales sencillos.
- 67.** Hallar la solución de problemas elementales cuando se reducen a plantear y resolver ecuaciones como las del apartado anterior y comprobar que dicha solución verifica la ecuación.

Geometría (*)

- 68.** Reconocer en un dibujo rectas que sean aproximadamente paralelas o perpendiculares.
- 69.** Trazar desde un punto la perpendicular y la paralela (en este caso, siempre que el punto sea exterior) a una recta dada.
- 70.** Medir, dada una recta y un punto exterior, la distancia del punto a la recta.
- 71.** Medir la distancia entre dos rectas paralelas.

* Cuando el verbo “trazar” aparece en el bloque Geometría, el trazado debe hacerse tanto a mano alzada como con los instrumentos de dibujo.

- 72.** Distinguir entre recta, semirrecta y segmento, y nombrarlos adecuadamente.
- 73.** Identificar parejas de ángulos de interés en geometría: Opuestos por el vértice, complementarios, suplementarios, alternos internos, alternos externos y correspondientes, y conocer sus propiedades.
- 74.** Definir y trazar la mediatriz de un segmento y conocer la propiedad común a todos los puntos de la mediatriz.
- 75.** Definir y trazar la bisectriz de un ángulo y conocer la propiedad común a todos los puntos de la bisectriz.
- 76.** Definir las alturas de un triángulo y trazarlas con precisión, comprobando que se cortan siempre en un punto.
- 77.** Definir las bisectrices de un triángulo y trazarlas con precisión.
- 78.** Comprobar que las bisectrices de un triángulo se cortan en un punto, conocer su nombre y dibujar la circunferencia inscrita al triángulo.
- 79.** Definir las mediatrices de un triángulo y trazarlas con precisión.
- 80.** Comprobar que las mediatrices de un triángulo se cortan en un punto, conocer su nombre y dibujar la circunferencia circunscrita al triángulo.
- 81.** Clasificar los triángulos atendiendo a la igualdad de sus lados o de sus ángulos.
- 82.** Clasificar los triángulos según las medidas de sus ángulos.
- 83.** Conocer que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° y utilizar el resultado para resolver problemas geométricos.
- 84.** Justificar que la suma de los ángulos de un triángulo es siempre 180° .
- 85.** Conocer la fórmula del área de un triángulo y aplicarla midiendo alturas y lados.
- 86.** Construir triángulos a partir de algunos de sus elementos (lados y ángulos).
- 87.** Dominar la terminología básica referente a polígonos en general: Lados, vértices, ángulos y diagonales.
- 88.** Nombrar los elementos de un polígono y el propio polígono, tomando como referencia las letras asignadas a cada uno de sus vértices.
- 89.** Clasificar los cuadriláteros atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos.
- 90.** Clasificar los paralelogramos y conocer sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.
- 91.** Construir cuadriláteros a partir de algunos de sus elementos.
- 92.** Demostrar, utilizando triángulos, que la suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360° y utilizar el resultado para resolver problemas geométricos.

- 93.** Conocer y aplicar la fórmula del área de un paralelogramo.
- 94.** Calcular áreas de polígonos por descomposición en figuras simples: Triángulos, rectángulos, paralelogramos, etcétera.
- 95.** Calcular perímetros de polígonos.
- 96.** Trazar circunferencias de centro y radio conocidos.
- 97.** Definir circunferencia y círculo como conjuntos de puntos que cumplen determinados requisitos de distancias a un punto dado.
- 98.** Calcular longitudes de circunferencia y áreas de círculos.
- 99.** Reconocer y nombrar con propiedad partes de la circunferencia y del círculo, como arco y sector circular.
- 100.** Calcular la longitud de un arco y el área de un sector circular, conocido en cada caso el ángulo central correspondiente.
- 101.** Dibujar polígonos regulares, dados el número de lados y la circunferencia que pasa por los vértices del polígono.
- 102.** Descubrir simetrías axiales en figuras sencillas y familiares, y trazar el o los ejes.
- 103.** Descubrir simetrías en la naturaleza y en las construcciones del hombre.
- 104.** Dibujar, dada una figura sencilla en una cuadrícula, su figura simétrica respecto de un eje que sigue una de las líneas de la cuadrícula.

Tratamiento de la información. Gráficas

- 105.** Representar en un sistema de coordenadas cartesianas pares de números mediante puntos del plano que los tengan como coordenadas.
- 106.** Hallar las coordenadas (abscisa y ordenada) de un punto dado del plano.
- 107.** Trazar sistemas de coordenadas cartesianas con los ejes graduados adecuadamente.
- 108.** Dado un punto, hallar las coordenadas de los puntos simétricos respecto al eje OX y respecto del eje OY.
- 109.** Construir tablas con valores de dos magnitudes de las que se sabe que son directamente proporcionales, representar las tablas (los pares de valores de las tablas) en unos ejes cartesianos comprobando que los puntos resultantes están alineados sobre una recta que pasa por el origen de coordenadas.
- 110.** Obtener información de gráficas que aparecen en textos o en la prensa y dan cuenta de fenómenos naturales, económicos o sociales.
- 111.** Reconocer distintos tipos de variables estadísticas: Cualitativas y cuantitativas.
- 112.** Organizar en tablas datos relativos a variables cuantitativas o cualitativas, recogidos en una población mediante encuestas, mediciones y observaciones sistemáticas. Por ejemplo:

- Población: Alumnos de ESO de tu centro. Variable: Edad.
- Población: Coches aparcados en tu calle. Variable: Marca.
- Población: Familias de tu calle. Variable: Número de hijos por familia.

- 113.** Calcular medias aritméticas en situaciones prácticas de la vida diaria.
- 114.** Interpretar gráficos estadísticos (de barras y de sectores) sencillos.
- 115.** Representar la tabla formada por los valores que toma una variable y las frecuencias correspondientes mediante diagramas de barras o de sectores, según convenga.

MATEMÁTICAS. ESTÁNDARES 2º DE ESO

Números

1. Divisibilidad

1. Definir e identificar números primos y números compuestos.
2. Manejar con soltura el vocabulario propio de la divisibilidad: “a es múltiplo/ divisor de b”, “a es divisible por b”, “a divide a b”, “a es un factor de b”.
3. Construir la tabla de números primos menores que 100.
4. Descomponer un número compuesto en producto de factores primos.
5. Hallar todos los divisores de un número, a partir de su descomposición en factores primos.
6. Hallar el máximo común divisor de dos o tres números y utilizarlo para hallar todos los divisores comunes a dichos números.
7. Hallar el mínimo común múltiplo de dos o tres números y utilizarlo para hallar los primeros múltiplos comunes de dichos números.
8. Resolver problemas que necesitan del máximo común divisor o del mínimo común múltiplo de dos o más números.

2. Operaciones, potencias y raíces

9. Calcular el resultado de operaciones combinadas con números decimales, positivos y negativos, que incluyen paréntesis, respetando la jerarquía de operaciones.
10. Explicar mediante ejemplos la necesidad de escribir entre paréntesis la base de una potencia cuando es negativa.
11. Calcular potencias de base negativa y relacionar su signo con la paridad del exponente.
12. Aplicar las propiedades de las potencias en el cálculo con productos y divisiones de potencias.

- 13.** Calcular el resultado de operaciones combinadas sencillas incluyendo potencias.
- 14.** Utilizar la notación científica para expresar números grandes.
- 15.** Identificar el exponente de la potencia en la notación científica con el orden de magnitud del número.
- 16.** Multiplicar números dados en notación científica y dar el resultado en dicha notación.
- 17.** Dividir números dados en notación científica y dar el resultado en dicha notación cuando la potencia de 10 del divisor sea menor o igual que la del dividendo.
- 18.** Truncar y redondear números decimales para obtener aproximaciones con las condiciones exigidas.
- 19.** Calcular raíces cuadradas de números cuadrados perfectos.
- 20.** Hallar con la calculadora la raíz cuadrada de un número positivo con la aproximación exigida de antemano.
- 21.** Resolver ecuaciones del tipo $x^2 = a$, $a > 0$, dando los dos resultados posibles.
- 22.** Justificar por qué las ecuaciones del tipo $x^2 = a$, $a < 0$, no tienen solución.

3. Fracciones y decimales

- 23.** Identificar fracciones equivalentes, utilizando decimales y el producto en cruz.
- 24.** Calcular, dada una fracción, otra equivalente de la que se conoce el numerador o el denominador.
- 25.** Simplificar y amplificar fracciones.
- 26.** Aplicar las propiedades de las potencias para simplificar fracciones cuyos numeradores y denominadores son productos de potencias.
- 27.** Calcular la fracción irreducible equivalente de una fracción cualquiera dada.
- 28.** Reducir dos o más fracciones a común denominador.
- 29.** Comparar fracciones, hallando previamente otras equivalentes a las dadas con el mismo denominador.
- 30.** Hallar la fracción inversa de una fracción dada.
- 31.** Sumar y restar fracciones con distinto o igual denominador.
- 32.** Multiplicar y dividir fracciones.
- 33.** Efectuar operaciones combinadas con fracciones, con o sin paréntesis, teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.
- 34.** Calcular la potencia de una fracción.

4. Porcentajes y proporcionalidad

35. Interpretar y escribir un porcentaje como una fracción o el decimal equivalente.
36. Identificar el cálculo de un porcentaje de un número con el cálculo de la fracción de dicho número.
37. Automatizar el cálculo de las fracciones correspondientes a porcentajes habituales y viceversa.
38. Identificar en casos diversos los tres números que intervienen en un aumento o disminución porcentual: Cantidad inicial, porcentaje de aumento o disminución y cantidad final.
39. Resolver problemas en los que intervienen magnitudes directamente proporcionales mediante la regla de tres directa o mediante una proporción.
40. Detectar la existencia o inexistencia de proporcionalidad inversa en parejas de magnitudes.
41. Resolver problemas en los que intervienen magnitudes inversamente proporcionales.

5. Medida de magnitudes

42. Utilizar las unidades de medida de superficie y de volumen, sus equivalencias, y realizar cambios entre ellas.
43. Definir el área y la hectárea y relacionarlas con las demás medidas de superficie.
44. Conocer las equivalencias entre las unidades de medida de capacidad y volumen y realizar cambios entre ellas.
45. Conocer y utilizar las unidades de medida del tiempo y las relaciones entre ellas.
46. Sumar y restar medidas de tiempo dadas en forma compleja o simple y expresar el resultado en la forma pedida.
47. Multiplicar y dividir medidas de tiempo por un número, expresando el resultado en forma compleja o simple.
48. Resolver problemas sencillos para los que sea necesario efectuar alguna operación con medidas de tiempo.
49. Conocer las unidades de medida de ángulos: Segundo, minuto, grado y las relaciones entre ellas.
50. Expresar en forma compleja la medida de un ángulo dada en forma simple.
51. Expresar en forma simple, en la unidad determinada de antemano, la medida de un ángulo dada en forma compleja.
52. Sumar y restar medidas de ángulos dadas en forma compleja o simple y expresar el resultado en la forma pedida.
53. Multiplicar y dividir medidas de ángulos por un número, expresando el resultado en forma compleja o simple.

- 54.** Resolver problemas sencillos para los que sea necesario efectuar alguna operación con medidas de ángulos.

Álgebra

- 55.** Traducir al lenguaje algebraico con una variable, situaciones en las que hay un número desconocido.
- 56.** Expresar el área de una figura poligonal de la que se desconoce una de las medidas necesarias para calcularla en función de dicha medida. Por ejemplo, el área de un trapecio del que se desconoce la medida de una base.
- 57.** Halla el valor numérico de expresiones algebraicas para diferentes valores de sus letras.
- 58.** Observar sucesiones numéricas y obtener una fórmula para el término que ocupa un lugar “n” cualquiera.
- 59.** Sumar y restar binomios de primer grado.
- 60.** Multiplicar binomios de primer grado por un número.
- 61.** Simplificar expresiones algebraicas de primer grado con coeficiente enteros o decimales reduciéndolas a otra del tipo $ax + b$ (si la variable es x).
- 62.** Comprobar, dada una ecuación, si un valor de la incógnita es solución de la misma.
- 63.** Trasponer términos en una ecuación de primer grado.
- 64.** Transformar, mediante trasposiciones de términos, una ecuación de primer grado en otra del tipo $a \cdot x = b$ y hallar su solución.
- 65.** Resolver problemas que pudieran tener relación con la vida real mediante ecuaciones de primer grado, interpretando el resultado.
- 66.** Despejar en una fórmula conocida una de las letras.

Geometría

- 67.** Triángulo rectángulo. Teorema de Pitágoras.
- 68.** Calcular la longitud de un lado de un triángulo rectángulo conocidas las longitudes de los otros dos.
- 69.** Aplicar el teorema de Pitágoras para calcular longitudes y áreas desconocidas en la resolución de problemas como, por ejemplo:
- La diagonal de un cuadrado y de un rectángulo.
 - Las áreas de triángulos isósceles y de polígonos regulares.
 - La altura alcanzada con una escalera apoyada en una pared y el suelo.
- 70.** Calcular, conocidos el factor de ampliación (reducción) y las medidas en una figura, las correspondientes medidas en la figura ampliada (reducida).

- 71.** Calcular el factor de ampliación (reducción), conocidas las medidas de una longitud en una figura y en la ampliada (reducida).
- 72.** Calcular, conocida la escala de un plano (geográfico, de un apartamento, etcétera) distancias en la realidad a partir de medidas en el plano.
- 73.** Dibujar el plano de un apartamento del que se conocen sus medidas, con una escala adecuada a la superficie del papel disponible.
- 74.** Dibujar el polígono semejante a otro dado, conocida la razón de semejanza.
- 75.** Calcular, conocida la razón de semejanza y el área de una figura, el área de la figura semejante.
- 76.** Identificar cuerpos geométricos asignándoles los nombres correctos: Cubos, ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas.
- 77.** Detectar en ortoedros y prismas: Rectas paralelas, perpendiculares y secantes; rectas perpendiculares y rectas paralelas a un plano; planos paralelos y planos perpendiculares.
- 78.** Nombrar los elementos de un poliedro (aristas, caras, diagonales) a partir de las letras que designan los vértices.
- 79.** Describir las características de ortoedros, prismas y pirámides utilizando el lenguaje geométrico adecuado.
- 80.** Describir los elementos característicos de cilindros, conos y esferas.
- 81.** Calcular el área y el volumen de un ortoedro.
- 82.** Calcular el área lateral y el área total de prismas y pirámides.
- 83.** Aplicar correctamente las fórmulas para calcular el volumen de prismas y pirámides.
- 84.** Calcular áreas y volúmenes de poliedros, descomponiéndolos en otros más simples, si es necesario.
- 85.** Aplicar correctamente las fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen o capacidad de cilindros y conos.
- 86.** Aplicar correctamente las fórmulas para calcular el área y el volumen de esferas.
- 87.** Resolver problemas relacionados con el mundo físico que exijan el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.

Funciones y gráficas

- 88.** Trazar una gráfica a partir de una tabla de valores.
- 89.** Trazar gráficas de igualdades algebraicas del tipo $y = m \cdot x$, y del tipo $y = m \cdot x + b$.
- 90.** Utilizar el lenguaje adecuado para describir una gráfica: función creciente, función decreciente, máximos, mínimos, cortes con los ejes, signo, simetrías, continuidad, periodicidad.

91. Obtener información de la grafica representativa de fenómenos naturales, económicos y sociales.
92. Trazar una gráfica de la que se da información sobre algunos de los siguientes aspectos: crecimiento, decrecimiento, signo, cortes con los ejes, máximos y mínimos, coordenadas de algunos de sus puntos.
93. Elaborar tablas y construir gráficas a partir de la observación y experimentación en casos prácticos.

Estadística y probabilidad

94. Distinguir en casos concretos entre población y muestra.
95. Recoger y organizar información en una tabla con los datos o valores obtenidos y sus frecuencias absolutas.
96. Calcular, a partir de una tabla de valores con sus frecuencias absolutas, las frecuencias relativas y los porcentajes de cada valor.
97. Representar gráficamente mediante diagramas de barras o de sectores, según convenga, una tabla de valores con sus frecuencias absolutas o relativas, o con sus porcentajes.
98. Construir a partir de un diagrama de barras o de sectores la tabla con los valores y las frecuencias correspondientes.
99. Calcular la media aritmética, la mediana y la moda de los valores de una tabla de frecuencias absolutas con pocos datos.

MATEMÁTICAS. ESTÁNDARES 3º DE E.S.O.

Números

1. Operaciones

1. Explicar mediante ejemplos cómo una misma cantidad se puede expresar mediante fracciones equivalentes entre sí.
2. Aplicar las propiedades de las potencias para simplificar fracciones cuyos numeradores y denominadores son productos de potencias.
3. Calcular la fracción irreducible equivalente a otra fracción cualquiera dada.
4. Representar fracciones sobre una recta graduada.
5. Ordenar conjuntos formados por números de cualquier tipo: enteros, decimales y fracciones.
6. Distinguir, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en ese caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.

7. Hallar la fracción generatriz correspondiente a un decimal finito.
8. Hallar la fracción irreducible, resultado de operar con fracciones.
9. Conocer el significado de una potencia de exponente un número entero, ya sea este positivo o negativo.
10. Conocer el significado de la expresión a^n .
11. Conocer y aplicar las propiedades de las operaciones con potencias.
12. Expresar números muy grandes y muy pequeños con notación científica.
13. Realizar operaciones de multiplicación y división de números expresados con notación científica, con y sin calculadora.
14. Expresar con notación decimal un número dado en notación científica cuando el exponente no es muy grande.
15. Resolver problemas referidos a situaciones reales en los que intervengan números de cualquier tipo, utilizando la calculadora cuando la complejidad de las operaciones lo aconseje.
16. Extraer factores de una raíz, descomponiendo previamente el radicando en factores.
17. Factorizar expresiones numéricas sencillas que contengan raíces.
18. Operar con radicales que contengan alguna raíz sencilla simplificando los resultados.
19. Distinguir entre aproximaciones por defecto y por exceso de un número.
20. Distinguir entre truncamiento y redondeo.
21. Dar aproximaciones decimales por defecto y por exceso de un número expresado mediante raíces, indicando el margen de error, con ayuda de la calculadora.
22. Dar el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.

2. Proporcionalidad y porcentajes

23. Resolver problemas en los que intervienen magnitudes directamente proporcionales mediante la regla de tres directa o planteando la igualdad de dos razones.
24. Detectar la existencia o inexistencia de proporcionalidad inversa en parejas de magnitudes.
25. Resolver problemas en los que intervienen magnitudes inversamente proporcionales.
26. Resolver problemas en los que intervienen repartos proporcionales.
27. Calcular los intereses que genera una cantidad depositada en un banco, o en situaciones de préstamo, a un determinado tanto por ciento anual (o tipo de interés).

28. Resolver problemas cotidianos en los que intervienen variaciones porcentuales.

Álgebra

29. Hallar, dado el primer término de una sucesión, los siguientes términos cuando se conoce la ley de formación de cada término a partir del anterior o cuando se conoce la fórmula del término general.

30. Observar sucesiones de números enteros o fraccionarios y obtener la ley de formación o alguna fórmula para el término general.

31. Distinguir las sucesiones en las que cada término se obtiene del anterior sumándole o restándole un número fijo.

32. Distinguir las sucesiones en las que cada término se obtiene del anterior multiplicándolo o dividiéndolo por un número fijo.

33. Conocer las definiciones de progresión aritmética y de progresión geométrica.

34. Hallar, dados algunos términos de una progresión aritmética, la diferencia y el término general.

35. Calcular la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética.

36. Resolver problemas utilizando las técnicas propias de las progresiones aritméticas.

37. Hallar, dados algunos términos de una progresión geométrica, la razón y el término general.

38. Calcular la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica.

39. Traducir al lenguaje algebraico expresiones o situaciones en las que intervienen cantidades indeterminadas.

40. Calcular el valor numérico de un polinomio.

41. Reconocer en un monomio el coeficiente, la indeterminada y el grado.

42. Sumar, restar y multiplicar polinomios, dando el resultado en forma de polinomio ordenado.

43. Factorizar polinomios.

44. Conocer la fórmula que da el cuadrado de una suma o resta del tipo $(a \pm b)^2$.

45. Conocer la fórmula que da una suma por una diferencia y utilizarla.

46. Resolver ecuaciones de primer grado en las que intervengan números enteros, decimales o fraccionarios.

47. Comprobar si un par de números es, o no, solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

48. Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

49. Resolver problemas mediante ecuaciones o sistemas de dos ecuaciones lineales, dando un resultado coherente con los datos del problema.
50. Comprobar que el resultado obtenido al resolver una ecuación o un sistema es coherente con el enunciado y los datos del problema.

Geometría (*)

51. Trazar desde un punto la perpendicular a una recta y, si es exterior a la recta, la paralela.
52. Trazar la recta tangente a una circunferencia en uno de sus puntos.
53. Trazar la circunferencia tangente a una recta con centro en un punto exterior a ella.
54. Trazar la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.
55. Conocer las propiedades de los puntos de la mediatriz y de la bisectriz y utilizarlas para resolver problemas geométricos sencillos.
56. Conocer y utilizar las relaciones entre ángulos en situaciones especiales: Formados por paralelas cortadas por una secante, opuestos por el vértice, de lados paralelos o perpendiculares, etcétera.
57. Conocer el valor de la suma de los ángulos de un polígono cualquiera.
58. Hallar el punto que equidista de otros tres puntos dados no alineados y trazar la circunferencia que pasa por dichos puntos.
59. Resolver problemas geométricos sencillos en los que intervienen ángulos y distancias.
60. Calcular el perímetro y el área de polígonos, mediante fórmulas, descomposición, etcétera.
61. Calcular el perímetro de la circunferencia y el área del círculo.
62. Calcular el área de sectores y segmentos circulares.
63. Utilizar el teorema de Pitágoras para el cálculo indirecto de distancias en situaciones geométricas diversas.
64. Utilizar la igualdad de Pitágoras para verificar si un triángulo es, o no, rectángulo.
65. Dominar el vocabulario geométrico referente a la semejanza: Elementos geométricos homólogos, razón de semejanza, etcétera.
66. Dividir un segmento en partes iguales o proporcionales a otros dados con los instrumentos de dibujo sin medir longitudes.
67. Establecer relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos de los que se sabe que son semejantes.
68. Resolver problemas de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: Fotos, planos, fotocopias, etcétera.

* Cuando el verbo trazar aparece en el bloque Geometría, el trazado debe hacerse tanto a mano alzada como con los instrumentos de dibujo.

- 69.** Reconocer triángulos semejantes, en particular los que se encuentran en posición de Tales y plantear la proporcionalidad de sus lados homólogos.
- 70.** Utilizar en situaciones de semejanza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes.
- 71.** Trasladar una figura limitada por segmentos y arcos de circunferencia según un vector dado.
- 72.** Girar una figura limitada por segmentos y arcos de circunferencia, conocidos el centro y la amplitud del giro.
- 73.** Reconocer simetrías axiales en figuras diversas y trazar el eje o los ejes de simetría.
- 74.** Dado un eje de simetría, trazar respecto de él los simétricos de puntos, rectas, polígonos, circunferencias y otras figuras sencillas.
- 75.** Reconocer en cuerpos geométricos situaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos.
- 76.** Describir y nombrar los principales poliedros: Paralelepípedos rectos (ortopedros) y oblicuos, prismas rectos y oblicuos, pirámides y troncos de pirámide.
- 77.** Conocer y nombrar los elementos principales de prismas y pirámides: Aristas laterales y de la base, bases, caras laterales, apotemas, alturas, etcétera.
- 78.** Describir y nombrar los cinco poliedros regulares.
- 79.** Describir y nombrar los distintos cuerpos de revolución y sus elementos principales.
- 80.** Calcular volúmenes y áreas de cuerpos poliédricos diversos, conocidas algunas de sus medidas.
- 81.** Calcular volúmenes y áreas de cilindros, conos y esferas, conocidas algunas de sus medidas.
- 82.** Reconocer traslaciones, giros y simetrías en la naturaleza, en el arte y en las construcciones humanas.
- 83.** Reconocer sobre un globo terráqueo: El ecuador, los polos, el eje de la tierra, los meridianos y los paralelos.
- 84.** Situar un punto sobre el globo terráqueo, conocidas su longitud y su latitud.
- 85.** Conocer e identificar los 24 husos horarios con los husos esféricos.
- 86.** Calcular la diferencia horaria entre diferentes puntos de la tierra según el huso horario en el que estén situados.

Funciones y gráficas

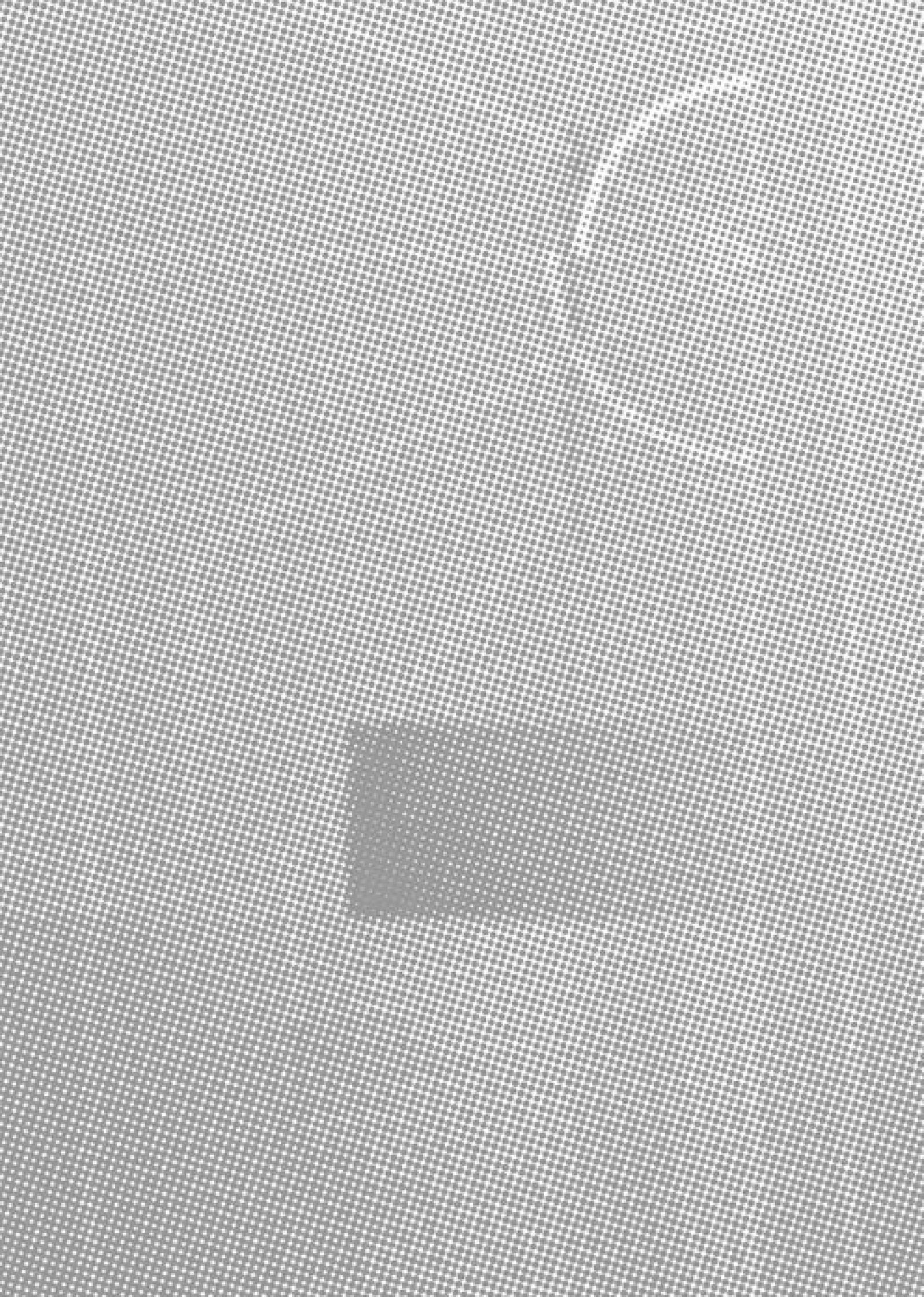
- 87.** Representar tablas de valores en unos ejes cartesianos, precisando el significado de la variable representada en cada uno de los ejes.

- 88.** Construir tablas de valores a partir de enunciados que relacionen dos variables.
- 89.** Trazar gráficas a partir de igualdades algebraicas del tipo $y = ax^2 + bx + c$.
- 90.** Representar gráficamente funciones dadas mediante tablas, fórmulas o enunciados.
- 91.** Construir, a partir de una gráfica, la tabla de valores correspondiente.
- 92.** Representar funciones lineales e interpretar en cada caso el significado del coeficiente de la variable independiente.
- 93.** Interpretar en general el significado de la pendiente de una recta.
- 94.** Estudiar las situaciones de dependencia provenientes de los diferentes ámbitos del conocimiento y de la vida cotidiana que se pueden describir mediante modelos lineales: Confección de la tabla, representación gráfica y obtención de la expresión algebraica.
- 95.** Conocer y utilizar el lenguaje adecuado para describir una gráfica: Dominio, puntos de corte con los ejes, crecimiento, máximos, mínimos, etcétera.
- 96.** Formular conjeturas, a partir de la gráfica de una función, sobre las tendencias del fenómeno representado por la misma.
- 97.** Trazar una gráfica de la que se da información sobre algunos de los siguientes aspectos: Crecimiento, decrecimiento, signo, cortes con los ejes, máximos y mínimos, coordenadas de algunos de sus puntos, simetrías, continuidad y periodicidad.
- 98.** Describir con el lenguaje apropiado a partir de una gráfica las características de la función representada: Crecimiento, decrecimiento, máximos, mínimos, continuidad, periodicidad, simetrías, cortes con los ejes y tendencias.
- 99.** Analizar y describir gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano.

Estadística y probabilidad

- 100.** Identificar una característica variable de una población como variable estadística, por oposición a las características constantes cuyo estudio es innecesario.
- 101.** Distinguir entre variables discretas y continuas, eligiendo en este caso los intervalos de valores adecuados para registrar y organizar los datos recogidos.
- 102.** Transformar frecuencias absolutas en frecuencias relativas y en porcentajes, y recíprocamente.
- 103.** Obtener información de las tablas de frecuencias.
- 104.** Obtener información de los gráficos estadísticos: Diagramas de barras y de sectores.
- 105.** Construir la gráfica adecuada a la naturaleza de la variable, cualitativa o cuantitativa discreta, a partir de la tabla de valores.
- 106.** Agrupar datos en intervalos cuando la variable es continua y representarlos mediante histogramas y polígonos de frecuencias.

- 107.** Obtener información de la lectura de histogramas.
- 108.** Calcular e interpretar la media, mediana, moda y cuartiles de una tabla o distribución de valores de una variable.
- 109.** Identificar los experimentos aleatorios como aquellos en los que los resultados dependen de la suerte o azar.
- 110.** Manejar adecuadamente el vocabulario de la probabilidad: Resultados, espacio muestral, sucesos, suceso imposible y sucesos que han ocurrido en un determinado suceso.
- 111.** Asignar probabilidades a sucesos sencillos en experimentos aleatorios cuyos resultados son equiprobables.
- 112.** Calcular probabilidades mediante la Ley de Laplace.
- 113.** Asignar probabilidades en experimentos aleatorios, reales o simulados, cuyos resultados no son equiprobables, a partir de las frecuencias relativas de los mismos obtenidas al realizar el experimento un número grande de veces.



Primera Parte:
Material para el Alumno
Enunciados

1. Primero de ESO

1.1. Números, medidas y operaciones

1.1.1. Números naturales y enteros

1. Escribe en números romanos las siguientes cantidades:

a) 43

b) 149

c) 2.165

d) 1.306

2. Escribe en el sistema decimal estos números romanos:

a) XXVI

b) XCII

c) MCCLXX

d) CLX

3. Completa la tabla siguiente:

Número	Millares	Centenas	Decenas	Unidades
5.720	5	7	2	0
13.783	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	32	7	8	4
<input type="text"/>	9	4	0	1

4. Resuelve las operaciones siguientes empezando por las de los paréntesis:

a) $30 - 2 \cdot (5 + 7)$

=

b) $3 \cdot 4 - 6 \cdot (10 - 4 \cdot 2)$

=

c) $15 + 4 \cdot (3 + 5 \cdot 3 - 6 \cdot 2)$

=

d) $8 + 7 \cdot 2 - 3 \cdot (9 - 5) + 3 \cdot 4$

=

5. Halla los cinco primeros múltiplos de los números siguientes:

a) 25

b) 11

c) 7

d) 21

e) 60

f) 53

6. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 2, por 3, por 5, por 9, y por 11:

a) 236

b) 990

c) 3.756

d) 1.360

e) 135

f) 396

7. Calcula todos los divisores de los números siguientes. ¿Cuál de ellos es primo?

a) 12

b) 48

c) 56

d) 47

8. Podemos separar un grupo de 30 cartas en 2 montones de 15 cartas cada uno. Describe todas las formas posibles de separar las 30 cartas en montones de igual número.

9. En una papelería se han apilado cajas de bolígrafos, de un grosor de 35 mm, hasta alcanzar la misma altura que otra pila de cajas de borradores, de 20 mm de grosor. ¿Cuál es la altura de ambas pilas? Busca, al menos, tres soluciones.

10. Ordena de menor a mayor los siguientes números y represéntalos sobre una recta:

-6, +5, +1, -2, 0, -8, +7, -4

11. Sabiendo que cada piso de un edificio tiene 3,5 metros de altura, calcula:

a) La distancia entre el suelo de la planta cero y el techo de la quinta planta

b) La distancia entre el suelo de la planta -3 y el techo de la novena planta

c) La distancia entre el suelo de la planta -4 y el techo de la planta -1

12.

Haz las operaciones siguientes con números enteros:

a) $13 - (9 + 5)$ =

b) $(5 - 7) - (11 - 4 + 2)$ =

c) $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)]$ =

d) $(2-8)+(5-7)-(-9+6)-(-5+7)$ =

e) $(-3) \cdot [(-9) - (-7)]$ =

f) $[(-9) - (+6)] : (-5)$ =

g) $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)]$ =

h) $(+4) \cdot (-6) - (-15) - (+2) \cdot (-7)$ =

13.

Expresa con una sola potencia las expresiones siguientes:

a) $3^5 \cdot 3^4$

b) $(m^2 : m^2) \cdot m^3$

c) $x^2 : (x^4 : x^2)$

d) $(y^2)^3 : y^4$

e) $(4^2)^5 : 4^6$

f) $(9^2)^3 \cdot 9$

g) $3^0 \cdot 3 \cdot 3^5$

h) $(2^3 \cdot 2) : (2^2)^2$

i) $\frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 2}{2^5}$

j) $\frac{3^3 \cdot 5^3}{7^3}$

k) $1^3 \cdot 1^3 \cdot 4^3$

l) $((2^4)^{12})^0$

14.

Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números:

a) 1.235.048

b) 537.870

c) 3.050.709

d) 12.406

15. Calcula el valor de la letra x en cada apartado:

a) $10^x = 10.000$

b) $10^7 = x$

c) $10^x = 0,0001$

d) $(10^2)^x = 1.000.000$

16. Sergio tiene cuatro cajas llenas de jarras. Cada caja tiene cuatro filas y cada fila contiene cuatro jarras.
¿Cuántas jarras hay en total?

17. En Japón cada persona come, por término medio, 42 kg de pescado al año:

a) Si hay 40 millones de personas, ¿cuántos kilogramos de pescado se comerán al año?

b) Si se comieran al año 2.000.000.000 kg, ¿cuántos kilos más debería comer cada persona?

18. Una finca rectangular mide 187 metros de largo por 87 metros de ancho. Se desea cercar con una valla de alambre que se vende en rollos de 200 metros, a 24 € el rollo. ¿Cuántos rollos se necesitan y cuánto dinero cuesta cercar la finca?

19. Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

a) -3

b) 89

c) 0

d) -345

e) 3

f) -10

20. Calcula entre qué números naturales están las siguientes raíces :

a) $\sqrt{56}$

b) $\sqrt{48}$

c) $\sqrt{88}$

d) $\sqrt{105}$

21. Calcula las siguientes raíces cuadradas:

a) $\sqrt{121}$

b) $\sqrt{400}$

c) $\sqrt{144}$

d) $\sqrt{196}$

e) $\sqrt{10.000}$

22. Realiza los cálculos necesarios para contestar las siguientes preguntas :

a) Una persona nació el año 23 a.C. y murió el 31 d.C. ¿A qué edad murió?

b) Una persona nació el año 12 a.C. y murió con 55 años ¿Cuál fue el año de su muerte?

c) Una persona murió el año 32 a.C. a los 40 años de edad. ¿En qué año nació ?

1.1. 2. Fracciones y decimales

23. Escribe cómo se leen estos números:

Número	Lectura
0,72	<input type="text"/>
53,6	<input type="text"/>
4,307	<input type="text"/>
2,0028	<input type="text"/>
304,5	<input type="text"/>

24. Escribe con cifras:

Lectura	Número
Cuatro enteros y setecientos treinta y cinco milésimas	<input type="text"/>
Cuarenta enteros y dieciocho diezmilésimas	<input type="text"/>
Seis enteros y setenta y cinco centésimas	<input type="text"/>
Doscientos enteros y cuarenta y tres cienmilésimas	<input type="text"/>
Diez enteros y treinta y dos milésimas	<input type="text"/>

25. Completa el siguiente recuadro:

Número decimal	Producto por potencia de 10	Expresión	Resultado
23,45	$23,45 \cdot 10^2$	$23,45 \cdot 100$	<input type="text"/>
0,00016	$0,00016 \cdot 10^4$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
33,76	$33,76 \cdot 10^5$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
0,0000072	$0,0000072 \cdot 10^7$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
123,006	$123,006 \cdot 10^6$	<input type="text"/>	<input type="text"/>

26. Ordena los siguientes números decimales de mayor a menor:

0,0028; 0,28; 0,25; 1,05; 0,009; 1,02; 10,025; 1,1

27. Coloca un número decimal entre cada pareja:

a) 2,5 y 2,52	b) 0,012 y 0,02	c) 1,034 y 1,04	d) 3,007 y 3,1
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

28. Redondea los siguientes decimales aproximando a la cifra que se indica:

Nº decimal	Décima	Centésima	Milésima
0,0277	--	<input type="text"/>	<input type="text"/>
8,5973	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4,00921	--	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1,6789	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
12,483	<input type="text"/>	<input type="text"/>	--

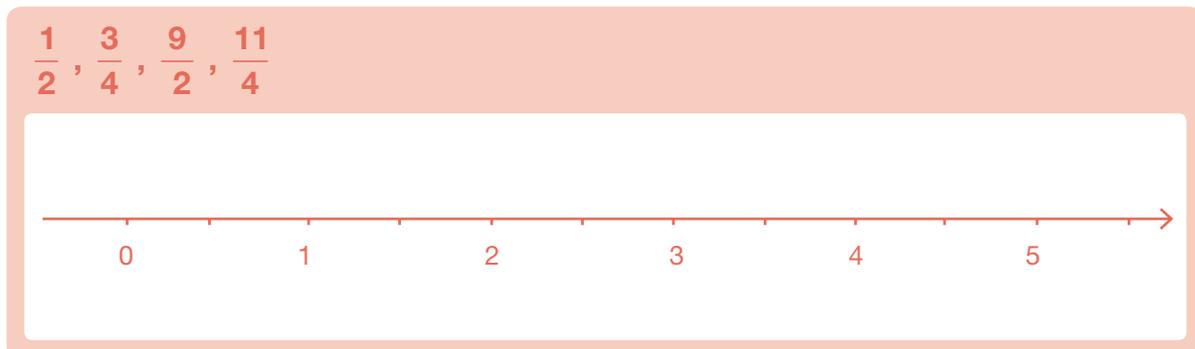
29. Calcula el número decimal correspondiente a cada fracción:

a) $\frac{1}{100}$	b) $\frac{2}{5}$	c) $\frac{13}{4}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
d) $\frac{23}{10}$	e) $\frac{1.456}{1.000}$	f) $\frac{1}{25}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

30. Sitúa el valor de cada fracción entre dos números naturales consecutivos:

a) $\frac{12}{5}$	b) $\frac{35}{10}$	c) $\frac{23}{4}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
d) $\frac{37}{10}$	e) $\frac{453}{100}$	f) $\frac{35}{8}$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

31. Representa las siguientes fracciones en esta recta numérica:



32. Ordena de menor a mayor este conjunto de fracciones y decimales:

$$2,5; \frac{3}{4}; \frac{7}{2}; 0,1; \frac{11}{100}; \frac{5}{6}; 3,07; \frac{8}{3}; 0,2; \frac{9}{8}$$

33. Completa el siguiente recuadro buscando fracciones equivalentes:

Fracción	Con términos mayores	Con términos menores	Fracción irreducible
$\frac{12}{30}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{24}{18}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{25}{50}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{30}{42}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

34. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado como fracción irreducible:

a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} + \frac{6}{10}$

b) $\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$

c) $\frac{13}{6} + \frac{9}{6} - \frac{7}{6} - \frac{1}{6}$

d) $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{4}$

e) $\frac{8}{5} : \frac{6}{10}$

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} : \frac{5}{6}$

35. De un rollo de cuerda de 60 metros se han usado los $\frac{2}{3}$. ¿Cuántos metros quedan sin usar?

- 36.** De un depósito de agua se han sacado los $\frac{3}{5}$ de su contenido. Si quedan todavía 600 litros dentro, ¿cuál es la capacidad del depósito?

1.1.3. Porcentajes y proporcionalidad

- 37.** Completa la siguiente tabla

Porcentaje	Fracción	Número Decimal
18%	$\frac{18}{100}$	0,18
<input type="text"/>	$\frac{3}{100}$	<input type="text"/>
25%	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	0,01
10%	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- 38.** En las últimas elecciones celebradas en una ciudad han acudido a votar 16.500 personas. Si el índice de participación ha sido del 66%, ¿cuál era el número de votantes inscritos?

- 39.** En nuestro instituto se habían matriculado el curso pasado 520 alumnos. Si este año se han matriculado 598 alumnos, ¿cuál ha sido el aumento porcentual en la matrícula?

- 40.** Explica si las siguientes parejas de magnitudes son o no proporcionales:

- La altura de una persona y su edad.
- El perímetro de un cuadrado y la longitud de su lado.
- El caudal de un río y la temperatura del agua.
- Distancia que recorre un coche y tiempo que tarda en llegar, si circula siempre a la misma velocidad.
- Precio y cantidad.

41. Completa las siguientes tablas de datos:

a) Un ciclista.

x (tiempo en segundos)	0	10	<input type="text"/>	30	<input type="text"/>	50	<input type="text"/>
y (distancia en metros)	0	90	180	<input type="text"/>	360	<input type="text"/>	<input type="text"/>

b) En el mercado.

X (número de kilos de peras)	1	<input type="text"/>	4	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	20
y (precio total en euros)	<input type="text"/>	4,5	6	<input type="text"/>	15	18	<input type="text"/>

42. Al comprar una televisión que cuesta 720 € me hacen un descuento del 10% y debo pagar el IVA, que supone un 16% de aumento. ¿Qué me resulta más rentable, calcular antes el IVA y después el descuento o al revés?

43. Un atleta ha recorrido 42 kilómetros en las tres primeras horas de carrera. ¿Cuánto tardará, si mantiene la misma velocidad media, en recorrer los 21 km que faltan para llegar a la meta?

1.1.4. Medida de magnitudes

44. Expresa en metros las siguientes medidas de longitud:

a) 8 hm	b) 14 cm	c) 2,5 km	d) 6 mm
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

45. Ordena de menor a mayor las siguientes medidas de superficie:

2.500 m²; 0,08 km²; 27.000 cm²; 240.000 dm²; 0,08 hm² y 2,20 dam²

46. Completa la siguiente tabla usando las unidades indicadas:

Forma compleja	Forma incompleja	Unidades
3 hg 8 dag 5 dg	<input type="text"/>	En gramos
<input type="text"/>	576.836,011 cm ³	En cm ³
25 dam ² 5dm ²	<input type="text"/>	En m ²
2 hl 7 dal 4 cl	<input type="text"/>	En litros
<input type="text"/>	546,023 m	En metros

47. Realiza las siguientes operaciones con medidas de ángulos y expresa el resultado en notación compleja

a) $5^{\circ} 42' 35'' + 16^{\circ} 35' 32''$

b) $5^{\circ} 12' 35'' - 3^{\circ} 24' 52''$

48. a) Expresa en horas 2 h 15 min 54 s.
b) Expresa en horas, minutos y segundos 8.154 s.

49. Antonio está llenando su piscina, que mide 8 m de largo, 5 m de ancho y 2,20 m de profundidad. Si en este momento hay en la piscina 46.400 litros, ¿cuántos litros faltan para que esté llena completamente?

50. Si la relación que existe entre el euro y el dólar americano es de 1 € por cada 1,5 dólares, ¿cuántos dólares nos pagarán si vamos al banco a cambiar 1.500 €?

1.2. Álgebra

- 51.** Calcula el área de los triángulos que tienen como medidas a y b , siendo a la longitud de la base y b la de la altura:

Base a	Altura b	Área
3 cm	7 cm	<input type="text"/>
5,5 cm	6 cm	<input type="text"/>
2,5 cm	4,5 cm	<input type="text"/>

- 52.** Expresa mediante lenguaje algebraico, indicando el significado de x :

a) La edad de un chico dentro de seis años.

b) El anterior de un número entero.

c) Número de alumnos de una clase que han aprobado matemáticas si han suspendido 5.

d) El triple de un número más siete unidades.

- 53.** Desarrolla estos productos aplicando la propiedad distributiva:

a) $2 \cdot (x + y)$

b) $3x \cdot (4 + y)$

c) $2a \cdot (3a - b + 2)$

- 54.** Sacar factor común en las siguientes expresiones:

a) $3x^2 + 6x + 9$

b) $7x + 14y$

c) $8x^2 - 4x + 12x^3$

- 55.** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 2,5 = 12$

b) $13 + x = 6$

c) $3x = 12$

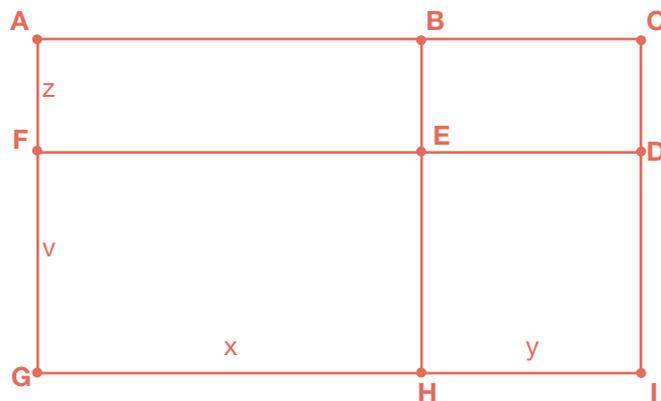
d) $\frac{x}{5} = 3$

56. Plantea y resuelve una ecuación para cada uno de los siguientes enunciados:

a) Calcula un número que sumado a 5 sea igual a 18.

b) La tercera parte de las noticias que trae hoy el periódico son deportivas. ¿Cuántas noticias contiene el periódico si las deportivas son 13?

c) Nombra los nueve rectángulos de la figura y expresa el perímetro del mayor y el del más pequeño de ellos.



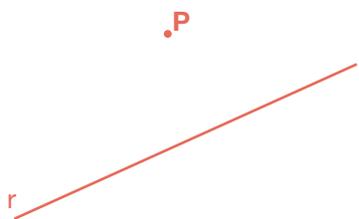
57. Una empresa de telefonía móvil cobra 15 céntimos por establecimiento de llamada y 8 céntimos por minuto de duración de la llamada.

a) Expresa mediante una expresión algebraica el precio en euros para una llamada de x minutos.

b) Calcula el precio de una llamada de dieciocho minutos de duración.

1.3. Geometría

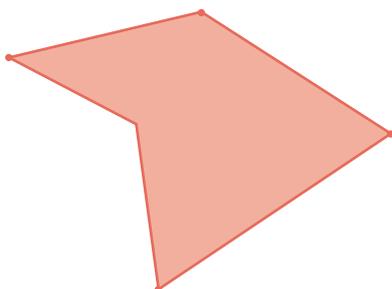
- 58.** ¿Cómo mides la distancia de un punto P a una recta r? Haz el dibujo y mide dicha distancia. ¿Qué punto de la recta es el más cercano al punto P?



- 59.** Dibuja dos ángulos complementarios entre sí y dos suplementarios entre sí. Toma en cada caso sus medidas con un transportador y comprueba el valor de su suma.

- 60.** Dibuja el siguiente plano: La calle Verde es perpendicular a las calles Azul y Amarilla. La calle Roja forma un ángulo de 30° con la calle Verde. ¿Qué ángulos forma la calle Roja con la calle Azul? ¿Y con la Amarilla?

- 61.** ¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de este polígono? ¿Por qué?



- 62.** Dibuja con regla y compás un ángulo y su bisectriz. ¿Qué propiedad cumplen todos los puntos de la bisectriz?

- 63.** a) Dibuja el triángulo que tiene dos lados de 4 cm y 7cm y el ángulo que forman mide 65° .
b) Dibuja el triángulo que tiene un lado de 5 cm y tal que los ángulos contiguos miden 40° y 80° .

- 64.** Contesta razonadamente:

a) ¿Cuántos ángulos obtusos puede tener un triángulo? ¿Por qué?

b) ¿Puede ser un triángulo obtusángulo y rectángulo? ¿Por qué?

c) ¿Puede tener un triángulo dos ángulos rectos? ¿Por qué?

d) ¿Un triángulo puede ser rectángulo e isósceles?

- 65.** Dibuja los siguientes polígonos, asigna letras a sus vértices y nombra los distintos elementos.

	TRIÁNGULO	RECTÁNGULO	TRAPECIO	PENTÁGONO
DIBUJO				
LADOS	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
DIAGONALES	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

66. Completa la siguiente tabla de cuadriláteros:

Nombre	Regular sí/no	Paralelogramo sí/no	Características: lados y ángulos
Cuadrado	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Rombo	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Rectángulo	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Romboide	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Trapezio	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Trapezoide	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

67. Contesta razonadamente:

a) ¿Existe un trapezio con un ángulo recto?

b) ¿Un rombo puede tener las diagonales iguales?

68. Sabiendo que un ángulo de un rombo mide 50° , halla los demás ángulos.

69. Sabiendo que un trapezio rectángulo tiene un ángulo de 140° , halla los restantes ángulos.

70. Calcula el área de los siguientes polígonos, primero descomponiendo en triángulos y después con la fórmula correspondiente

a) Trapecio isósceles de bases 10 y 18 dam y altura 6 dam.

b) Rombo de diagonales 4 y 6 m.

- 71.** Javier quiere vallar su finca con una alambrada. La finca tiene forma rectangular y mide 50 m de largo y 30 m de ancho. Los lados menores lindan con otras fincas y el gasto se comparte con sus propietarios. Si cada rollo de alambrada mide 20 m y cuesta 170 €, calcula el gasto que tiene que realizar Javier.

- 72.** Si de un rectángulo de 9 cm de largo y 6 de ancho, cortamos en las cuatro esquinas un triángulo rectángulo de catetos de 3 cm, ¿qué área tiene la figura que resulta?

- 73.** ¿Cuántos rollos de papel hay que comprar para empapelar una pared de 6 m de ancho por 2,80 m de alto, si cada rollo mide 50 cm de ancho y 10 m de largo?

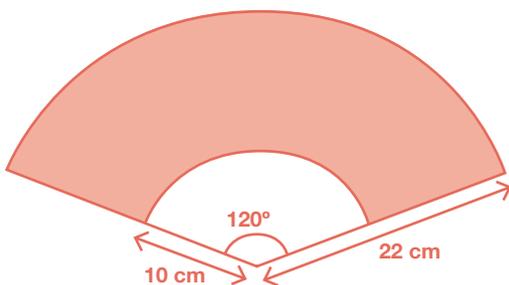
- 74.** ¿Cuáles de estos polígonos tienen, al menos, una diagonal como eje de simetría?

Cuadrado Rombo Rectángulo

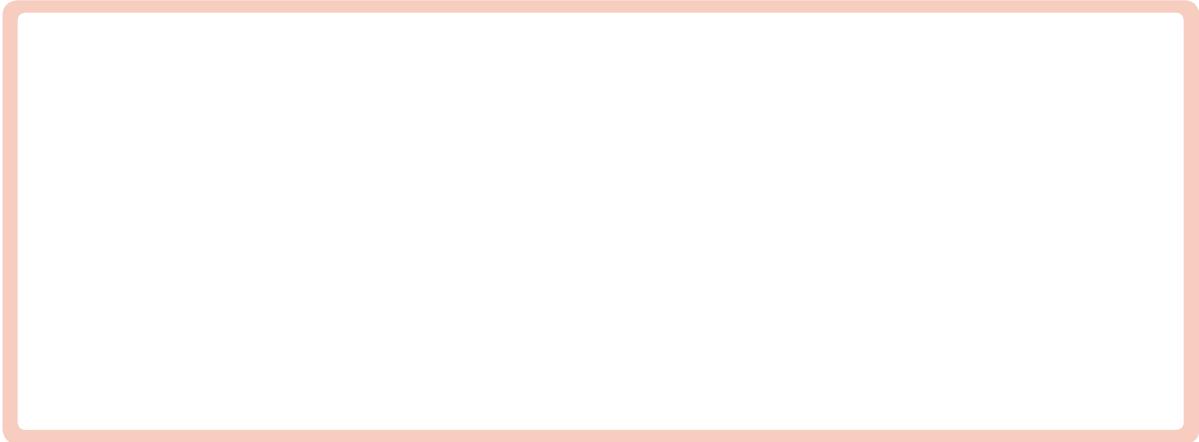
Pentágono regular Hexágono regular

Dibuja los casos en que la respuesta es afirmativa.

- 75.** Calcula el área y el perímetro de la porción de tela de este abanico



- 76.** Tres amigos que viven en Leganés, Alcorcón y Fuenlabrada deciden quedar en un punto que esté a la misma distancia de sus tres casas. ¿Cómo calcular el lugar de la cita? ¿Cómo se llama en matemáticas ese punto? ¿Qué circunferencia puedes trazar con centro en dicho punto? Haz el dibujo.

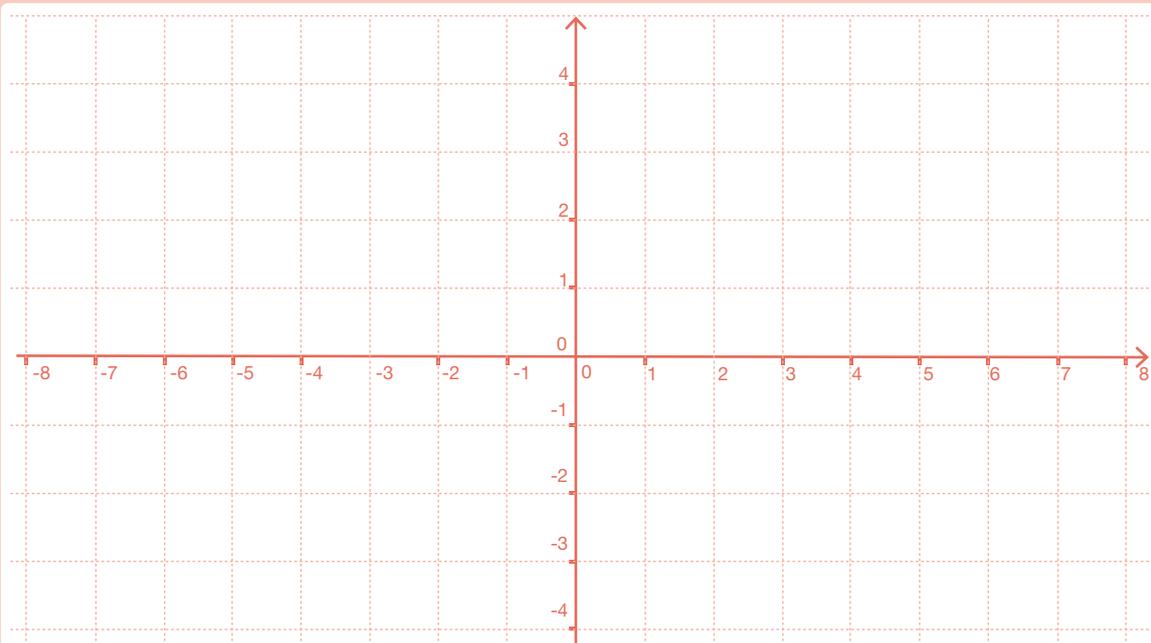


- 77.** ¿Cuántas vueltas da una rueda de 40 cm de radio para recorrer una distancia de 2.512 m?

1.4. Tratamiento de la información. Gráficas

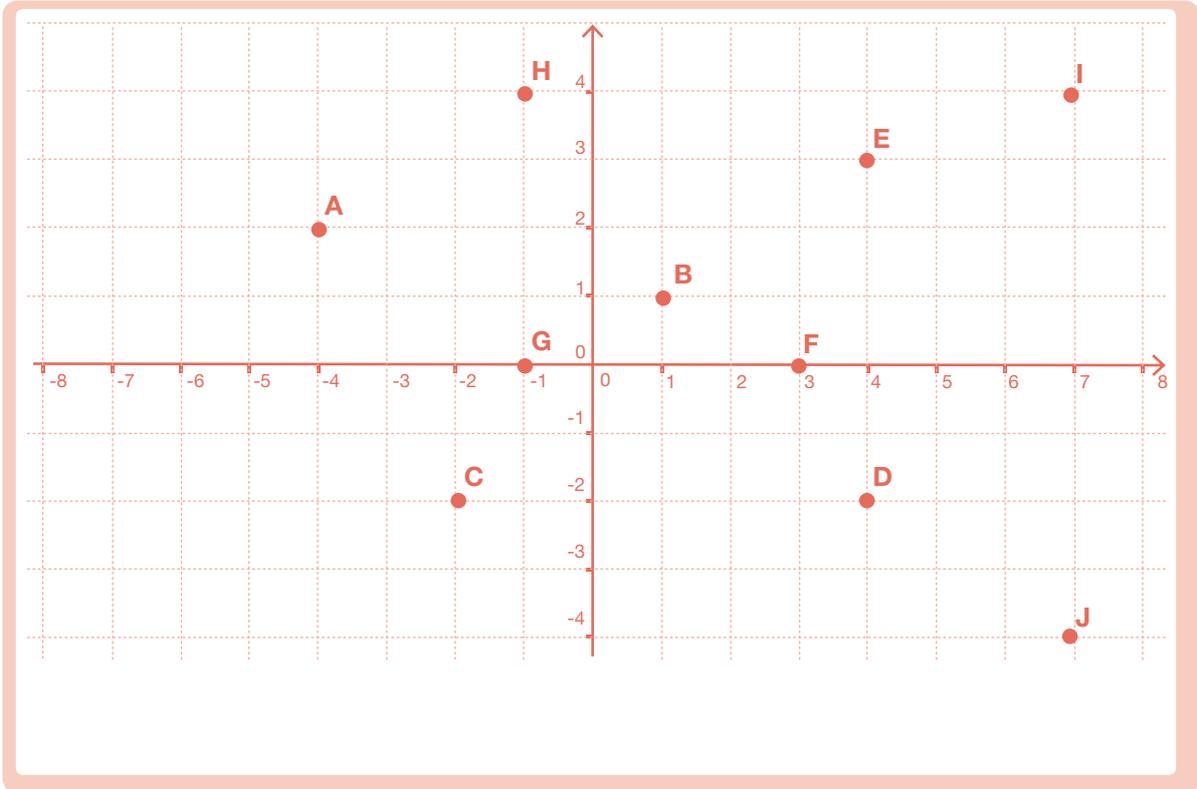
- 78.** Representa en el plano los siguientes puntos dados por sus coordenadas:

A(3,2)	B(3,4)	C(6,-3)	D(-5,-2)	E(-4,4)
F(-1,1)	G(2,0)	H(0,3)	I(-2,-3)	J(-3,0)



79.

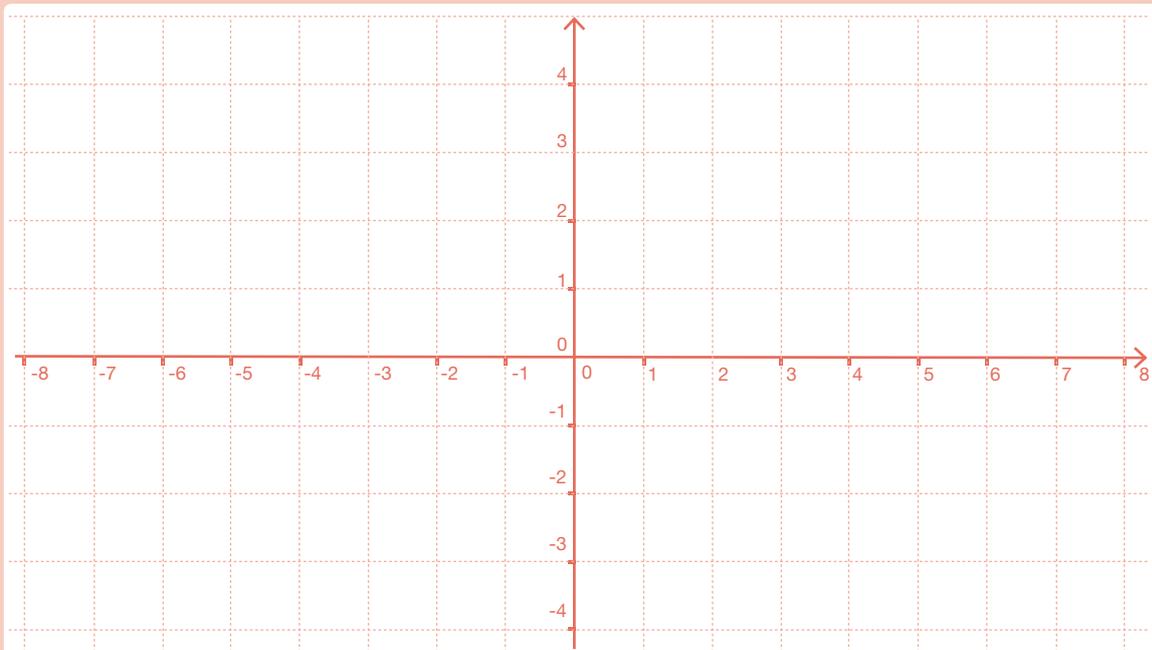
En el plano siguiente se han representado algunos puntos. Escribe sus coordenadas.



80.

Dibuja los siguientes puntos en unos ejes coordenados y encuentra las coordenadas de su simétrico con respecto del eje OX:

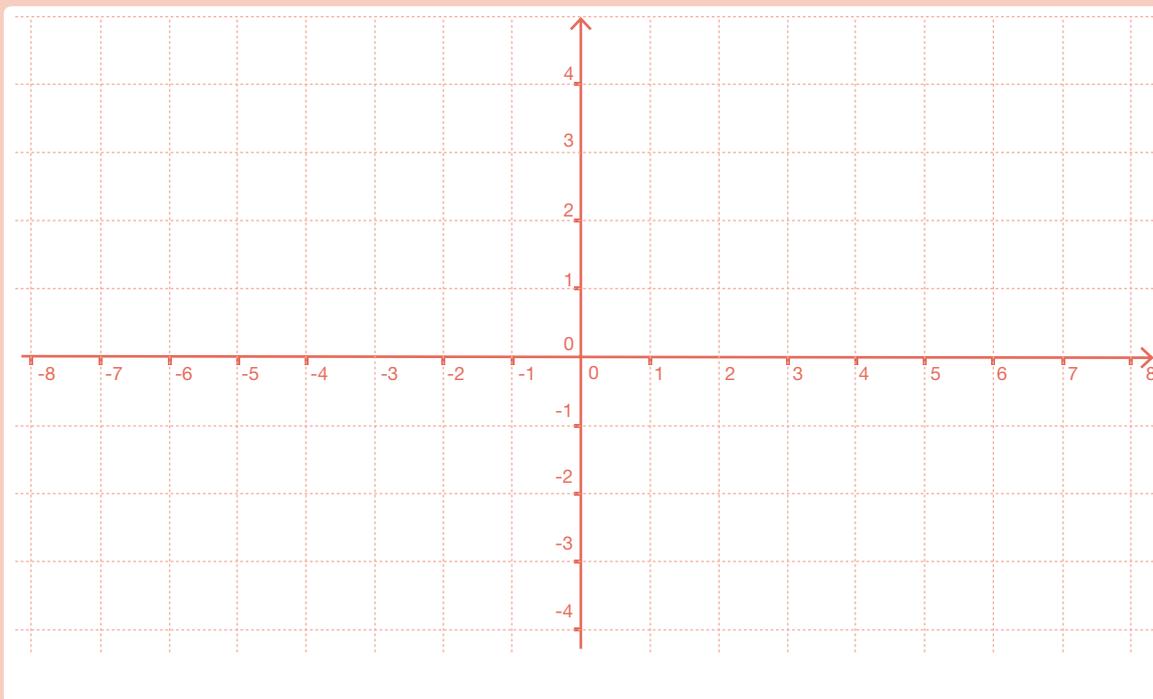
$A(2,4)$; $B(0,2)$; $C(-4,3)$; $D(-5,0)$; $E(-6,-3)$; $F(7,-2)$



81.

Dibuja los siguientes puntos en unos ejes coordenados y encuentra las coordenadas de sus simétricos con respecto del eje OY:

$A(1,2)$; $B(0,2)$; $C(-3,4)$; $D(-4,0)$; $E(-3,-4)$; $F(4,-2)$



82.

Un helado cuesta 2 euros.

a) Haz una tabla en la que aparezcan relacionados: el número de helados en una columna y el importe total en otra (hasta seis helados).

b) Representa estos datos como puntos en unos ejes coordenados, en el eje horizontal, el número de helados; y en el vertical, el importe.

Continúa al ejercicio 82.

c) ¿Están alineados los puntos?

d) Si los puntos están alineados, dibuja una recta que los contenga y comprueba que pasa por el origen.

e) Ayudándote de la gráfica, sin hacer operaciones, determina cuánto dinero te costaría invitar a tus 8 mejores amigos a un helado a cada uno.

83.

Sofía tiene fiebre. El médico le ha dicho que se tome la temperatura durante las próximas cinco horas y anote los resultados. Sofía ha anotado los resultados y ha construido con ellos la siguiente gráfica:



a) ¿Qué temperatura tiene Sofía en la primera medición?

b) ¿Qué temperatura tiene al cabo de una hora?

c) ¿En qué momentos ha alcanzado su valor máximo la fiebre?

d) Al cabo de tres horas, Sofía ha tomado un medicamento para que le baje la fiebre. Describe qué ha ocurrido durante las dos horas siguientes.

84.

De las siguientes variables estadísticas indica cuál es cualitativa y cuál es cuantitativa:

a) Color de ojos.

b) Número de personas que viven en cada casa.

c) Calificación de la asignatura de Lengua en el último examen.

d) Nota numérica de la asignatura de Lengua en el último examen.

e) Talla de calzado de cada alumno de tu clase.

f) Género literario de los libros que le gusta leer a cada alumno de tu clase.

85.

En la primera evaluación he obtenido un 4, en la segunda he obtenido un 5,5. ¿Qué nota tengo que sacar en la tercera evaluación para que la media de las tres evaluaciones sea un 5? ¿Qué nota tendría que sacar para que fuese un 6?

86.

Natalia ha hecho una encuesta entre sus compañeros de clase preguntándoles cuántos hermanos son en su familia. Las respuestas que ha anotado son las siguientes:

3	4	2	2	1
1	3	5	2	2
1	3	6	1	1
2	2	2	4	3
3	4	4	2	2

a) Los datos anteriores, ¿son cualitativos o cuantitativos?

b) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

--

c) Representalos en un diagrama de barras.

d) Calcula la media.

87.

Raúl ha hecho una encuesta en su clase preguntando a sus compañeros cuál es su animal de compañía preferido. Con las respuestas ha elaborado la tabla siguiente:

animal de compañía	número de alumnos que lo prefieren
Perro	9
Gato	6
Canario	3
Hámster	2
Otros	3

a) ¿Cómo son estos datos, cualitativos o cuantitativos?

b) ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Raúl?

c) Representa los datos anteriores en un diagrama de sectores.

88.

Yolanda ha hecho una encuesta en su clase y ha preguntado a cada uno de sus compañeros por el número de teléfonos móviles que utilizan entre todos los miembros de su familia. Las respuestas las ha organizado en una tabla de frecuencias y finalmente las ha representado en un diagrama de barras:



a) ¿De qué tipo son los datos estadísticos con los que está trabajando Yolanda, cualitativos o cuantitativos?

b) ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Yolanda?

c) ¿Hay algún alumno en cuya familia no utilicen ningún teléfono móvil?

d) Calcula la media de teléfonos móviles por familia de cada alumno de la clase de Yolanda.

2. Segundo de ESO

2.1. Números, medidas y operaciones

2.1.1. Divisibilidad

1. Di cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos:

23, 39, 18, 27, 121, 53, 91, 147, 6, 123, 61, 19, 87, 47

2. Descompón en factores primos los números siguientes:

a) 270

b) 924

c) 72

d) 1.100

e) 2.548

f) 1.000

g) 1.575

h) 693

3. Calcula todos los divisores de los siguientes números, a partir de su descomposición en factores primos:

a) 150

b) 60

c) 54

d) 196

4. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes números, sin descomponerlos en sus factores primos:

a) m.c.d. (6, 9, 12)

b) m.c.d. (32, 40, 48)

c) m.c.d. (75, 90, 105)

d) m.c.d. (40, 180, 760)

e) m.c.m. (6, 9, 12)

f) m.c.m. (32, 40, 48)

g) m.c.m. (75, 90, 105)

h) m.c.m. (40, 180, 760)

5. Queremos envasar 125 latas de conserva de bonito y 175 latas de conserva de legumbres en cajas del mismo número de latas, pero sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias? ¿Cuántas latas irán en cada caja?

6. Tres atletas recorren un circuito. El primero tarda 18 minutos en dar una vuelta completa, el segundo tarda 24 minutos y el tercero 36 minutos. Si han salido a la vez, ¿cuánto tiempo tardarán en coincidir de nuevo en la salida? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?

2. 1. 2. Operaciones, potencias y raíces

7. Calcula las operaciones combinadas siguientes con números decimales:

a) $(7,2 + 2,8) : 2,5 =$	<input type="text"/>	b) $5,6 : (2,4 - 0,8) =$	<input type="text"/>
c) $(0,6 : 0,1) - (0,006 : 0,0001) =$	<input type="text"/>	d) $1,9 + 2 \cdot (1,3 - 2,2) =$	<input type="text"/>
e) $(3,5 - 1,1) : (1,2 - 2 \cdot 0,3) =$	<input type="text"/>	f) $(1,1 - 3,6) : (8,4 : 2 + 0,8) =$	<input type="text"/>

8. Calcula como en el ejemplo y observa la diferencia:

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16 \quad -2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$$

a) $(-2)^3 =$	<input type="text"/>	$-2^3 =$	<input type="text"/>	c) $(-5)^2 =$	<input type="text"/>	$-5^2 =$	<input type="text"/>
b) $(-3)^3 =$	<input type="text"/>	$-3^3 =$	<input type="text"/>	d) $(-4)^2 =$	<input type="text"/>	$-4^2 =$	<input type="text"/>

9. Opera usando las propiedades de las potencias:

a) $(-5)^4 \cdot (-2)^4 =$	<input type="text"/>	b) $(-18)^3 : (-6)^3 =$	<input type="text"/>
c) $\left[(-5)^3\right]^2 : (-5)^5 =$	<input type="text"/>	d) $(-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^6 =$	<input type="text"/>
e) $\frac{(-3)^4 \cdot 3^2 \cdot (-3)^0}{3^3 \cdot (-3)^2} =$	<input type="text"/>	f) $\left[(-5)^4 \cdot (-5)^3\right] : (-5)^5 =$	<input type="text"/>
g) $\left[(-3)^7 : (-3)^4\right] : (-3)^3 =$	<input type="text"/>	h) $(-8)^9 : 8^8 =$	<input type="text"/>
i) $\frac{2^5 \cdot (-3)^3 \cdot (-2)^5 \cdot 3^7}{6^9} =$	<input type="text"/>	j) $\frac{(-2^3) \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^3}{2^3 \cdot (-2^2)^2} =$	<input type="text"/>

10. Calcula el resultado de las operaciones combinadas con potencias:

a) $2^2 - 3^2 - (-3)^2 - 2 \cdot 3^2 - (3 - 2 \cdot 5)^2$	=	<input type="text"/>
b) $(4 - 3^2)^2 - 2 \cdot 5^2 - (-3) - (-2)^2 - 2^2 - 3^3$	=	<input type="text"/>
c) $9 - 3 \cdot \left[7 - 2 \cdot (-3)^2\right] - (4 \cdot 5 - 2^2) \cdot 3 - (-2)^3$	=	<input type="text"/>

11. Opera con los números dados en notación científica y expresa el resultado en dicha notación:

a) $(3,6 \cdot 10^{11}) \cdot (4,5 \cdot 10^7)$ =

b) $(1,65 \cdot 10^{12}) \cdot (2,5 \cdot 10^{10})$ =

c) $(6,1 \cdot 10^9) \cdot (1,8 \cdot 10^3)$ =

d) $(5,6 \cdot 10^9) : (2,8 \cdot 10^4)$ =

e) $(1,65 \cdot 10^7) : (2,5 \cdot 10^4)$ =

f) $(1,6 \cdot 10^8) : (6,4 \cdot 10^5)$ =

12. La velocidad de la luz es de 300.000 km/s. Expresa en notación científica los kilómetros que recorre en una hora, en un día y en un año.

13. Trunca y redondea los siguientes números decimales a las centésimas:

Número	Truncamiento	Redondeo
2,456	<input type="text"/>	<input type="text"/>
256,014	<input type="text"/>	<input type="text"/>
7,932	<input type="text"/>	<input type="text"/>
67,006	<input type="text"/>	<input type="text"/>
70,107	<input type="text"/>	<input type="text"/>

14. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $3x^2 - 27 = 0$

b) $4x^2 - 100 = 0$

c) $80 = 20x^2$

d) $-16x^2 = -64$

e) $-7x^2 + 112 = 0$

f) $-x^2 + 1 = 0$

15. ¿El cuadrado de un número puede ser negativo? Razona la respuesta, utilizando las potencias.

16. Calcula el lado de un cuadrado que tiene una diagonal de 8 cm. Aproxima el resultado a las centésimas.

17. Calcula el lado de un cuadrado que tiene una superficie de 50 m².

2.1.3. Fracciones y decimales

18. Averigua cuáles de estos pares de fracciones son equivalentes hallando su valor decimal. Asegúrate, después, calculando los productos en cruz:

a) $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$

b) $\frac{6}{4}$ y $\frac{9}{6}$

c) $\frac{6}{8}$ y $\frac{5}{4}$

19. Completa el término que falta en cada caso para que estos pares de fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{10}{x}$ y $\frac{7}{14}$

b) $\frac{x}{18}$ y $\frac{15}{45}$

c) $\frac{2}{10}$ y $\frac{5}{x}$

20. Completa la siguiente tabla con fracciones equivalentes:

Fracción	Por amplificación	Por simplificación	Fracción irreducible
$\frac{14}{4}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{30}{45}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{5}{8}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{35}{140}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

21. Calcula las fracciones irreducibles según el ejemplo:

Fracción	Descomposición	Simplificación de factores comunes	Fracción irreducible
$\frac{45}{90}$	$\frac{3^2 \cdot 5}{2 \cdot 3^2 \cdot 5}$	$\frac{\cancel{3^2} \cdot \cancel{5}}{2 \cdot \cancel{3^2} \cdot \cancel{5}}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{36}{54}$			
$\frac{120}{180}$			
$\frac{60}{75}$			
$\frac{121}{330}$			

22. Ordena este grupo de fracciones de mayor a menor reduciéndolas, previamente, a común denominador:

$\frac{3}{4}, \frac{7}{6}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9}, \frac{11}{18}$

23. Halla la fracción inversa de cada una de éstas:

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{7}{2}$ c) $\frac{-2}{13}$ d) $\frac{5}{-11}$ e) $\frac{1}{12}$

24. Realiza las siguientes operaciones, expresando el resultado con fracciones irreducibles:

a) $\frac{11}{3} - \frac{4}{9}$ b) $\frac{1}{20} + \frac{7}{30} + \frac{3}{10}$ c) $\frac{15}{4} \cdot \frac{8}{3}$ d) $\frac{14}{9} : \frac{7}{3}$

e) $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} : \frac{3}{5}$ f) $\frac{2}{3} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} + 1\right)$ g) $-\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{4}$

25. Calcula las siguientes potencias:

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$

c) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^7 : \left(\frac{2}{5}\right)^5$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$

26. Ricardo leyó el lunes $\frac{1}{6}$ de un libro; el martes leyó $\frac{1}{4}$, y el miércoles, se entusiasmó y leyó las 140 páginas que le faltaban. ¿Cuántas páginas tiene ese libro?

2.1.4. Porcentajes y proporcionalidad

27. Expresa los siguientes números decimales como fracciones y porcentajes:

a) 0,15

b) 0,09

c) 1,25

d) 0,78

28. Calcula las fracciones de las cantidades siguientes:

Fracción	Cantidad	Resultado
$\frac{3}{4}$ de	24	<input type="text"/>
$\frac{25}{100}$ de	1.200	<input type="text"/>
$\frac{2}{100}$ de	40	<input type="text"/>
$\frac{18}{100}$ de	66	<input type="text"/>
$\frac{75}{100}$ de	150	<input type="text"/>

29. Completa la cantidad de la cual se ha calculado el porcentaje:

Porcentaje	Cantidad	Resultado
25%	80	<input type="text"/>
20%	30	<input type="text"/>
12%	120	<input type="text"/>
35%	28	<input type="text"/>
72%	360	<input type="text"/>

30. Contesta a las siguientes cuestiones y completa la tabla:

a) Si después de subir un 12%, el precio de la barra de pan es de 56 céntimos, ¿cuál era el precio antes de la subida?

b) Un embalse contenía la semana pasada 2.000.000 m³. Con las últimas lluvias, su contenido ha aumentado un 18%. ¿Cuántos metros cúbicos contiene ahora?

c) Un pantalón, que antes de las rebajas costaba 80 euros, cuesta ahora 60. ¿Qué porcentaje supone el descuento?

Apartado	Cantidad inicial	Cantidad final	Aumento/Disminución porcentual
a)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
b)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
c)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

31. Explica si estas parejas de magnitudes son o no proporcionales. En caso de que lo sean, diferencia las relaciones de proporcionalidad directa e inversa.

- a) Número de huevos y cantidad de leche necesaria para elaborar flanes.
- b) Número de alumnos de un grupo y número de aprobados.
- c) Distancia entre dos ciudades en un plano y distancia en la realidad.
- d) Velocidad de un coche y tiempo invertido en un trayecto.
- e) Número de gallinas de una granja y días que tardan en consumir una cierta cantidad de pienso.
- f) Número de gallinas de una granja y cantidad de pienso que consumen en una cierta cantidad de días.
- g) Superficie de varios países y millones de habitantes de cada país.
- h) El tiempo que permanece abierto un grifo y su caudal.
- i) Número de grifos iguales abiertos y tiempo que tardan en llenar una piscina.

32. Una moto ha recorrido 50 kilómetros en 40 minutos a velocidad constante.

a) ¿Qué distancia habrá recorrido cuando pasen 10 minutos más, si mantiene la misma velocidad?

b) ¿Cuánto tiempo tarda si recorre 120 kilómetros en total?

33. Para transportar las sillas de la biblioteca del instituto se han ofrecido 25 alumnos, que han tardado en hacerlo 20 minutos. ¿Cuánto tiempo habrían tardado si lo hubiesen hecho con quince alumnos más?

2.1.5. Medida de magnitudes

34. Completa la siguiente tabla con las unidades que se indican:

m^2	hm^2	dam^2	km^2	dm^2
750	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	120	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	45	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	0,007	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	430

35. Expresa en litros:

- a) 4 dm^3 c) $0,05 \text{ dam}^3$ e) 65 m^3
 b) 27 cm^3 d) $0,016 \text{ hm}^3$ f) 6.000 mm^3

36. Un camión transporta 250.000 litros de vino en botellas de un litro. Expresa en dm^3 y en cm^3 el volumen que ocupa el vino.

37. Una finca rectangular mide 8 hm de largo y 5 hm de ancho. Calcula el área de la finca y expresa su medida en hectáreas y en áreas.

38. Dados los ángulos $\hat{a} = 45^\circ 50' 36''$, $\hat{b} = 37^\circ 12' 42''$ y $\hat{c} = 115^\circ 45' 23''$, calcula:

$\hat{a} + \hat{b}$	$\hat{c} + \hat{a}$	$3 \cdot \hat{a}$	$\hat{b} : 6$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

39. Un tren sale de una estación a las 8 h 43 min 40 s y tarda en hacer un trayecto 5 h 38 min 35 s. ¿A qué hora llega a su destino?

40. ¿Cuánto tiempo transcurre desde las 23 h 15 min hasta las 2 h 45 min? Expresa el resultado en horas y en minutos.

2.2. Álgebra

41. Expresa en lenguaje algebraico indicando lo que significa x :

Expresión	x	Expresión algebraica
La mitad de un número menos su quinta parte	<input type="text"/>	<input type="text"/>
La suma de dos números consecutivos	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Un número par	<input type="text"/>	<input type="text"/>
La suma de dos números pares consecutivos	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Un número impar	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- 42.** Expresa la fórmula del área de los siguientes polígonos en función de x , siendo x el elemento que se indica en cada caso:

Polígono	x	Área
Triángulo de 7 centímetros de base	Altura	<input type="text"/>
Cuadrado	Lado	<input type="text"/>
Pentágono de 6 centímetros de lado	Apotema	<input type="text"/>
Trapezio de base mayor 10 centímetros y 3 de altura	Base menor	<input type="text"/>

- 43.** Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores dados:

a) $3x^2 - 5x + 7$, para $x=2$

b) $2(a+b) - ab$, para $a=3$ y $b=-2$

c) $x + x^2 + 2x^3$, para $x=-1$

d) $x^2y - \frac{4}{3}xy^2$, para $x=4$, $y=-3$

- 44.** En cada sucesión, escribe los dos términos siguientes y obtén la fórmula correspondiente al término de orden n :

a) 2, 4, 8, 16, ...

b) 3, 6, 9, 12, ...

c) 4, 6, 8, 10, ...

d) 2, 5, 8, 11, ...

45. Reduce las siguientes expresiones:

a) $2x+5x-9x$

b) $4b-7b-10b$

c) $6a-8-9a-5$

d) $(3x-1)+(2x-5)$

e) $5 \cdot (2x-3)$

f) $(-2) \cdot (-3x+4)$

g) $3 \cdot (x-7)$

h) $(-4) \cdot (-2a-5)$

i) $2,5x-4,5-7x+12+6,3x+9,4$

j) $-3,5-5x+7,3x-10,25+4,8x$

46. Comprueba si son correctas o no las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $2x+8=-4$

$x=6$

b) $3-5a=7$

$a=1$

c) $3x+8=-5x$

$x=-1$

d) $4x-2(3x-7)=5x$

$x=-2$

47. Resuelve las siguientes ecuaciones según los pasos indicados en el ejemplo:

Pasos a seguir	$3x+8=-2x+5+x$	$x-5+2x=6x-3$	$5x-9=16$
Reducción de términos	$3x+8=-x+5$	<input type="text"/>	
Transposición	$3x+x=-8+5$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Reducción	$4x=-3$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Solución	$x=-\frac{3}{4}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>

48. Calcula la altura de un triángulo sabiendo que la base mide 12 centímetros y el área es de 48 cm².

49. Resuelve, mediante una ecuación, cada uno de los siguientes problemas:

a) El triple de un número menos 8 es igual a 16. ¿Cuál es el número?

b) Lola ha repartido 630 discos compactos entre sus amigos Nacho y Marian. Si a Marian le ha dado el doble que a Nacho, ¿cuántos ha regalado a cada uno?

c) Álvaro tiene 10 años menos que su hermana y, dentro de dos años, ella tendrá el doble que él. ¿Qué edad tiene actualmente cada uno?

d) Calcula la medida de cada uno de los cuatro ángulos de un cuadrilátero si cada uno es doble del inmediato más pequeño.

2.3. Geometría

50. Completa los datos que faltan en las siguientes medidas de triángulos rectángulos, redondeando a las décimas si salen decimales:

Hipotenusa	10	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Cateto 1	8	6	12	<input type="text"/>
Cateto 2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	5	10
Área	<input type="text"/>	12	<input type="text"/>	10

51. Halla el perímetro y el área de las siguientes figuras geométricas:

a) Rectángulo con base de 16 dm y diagonal de 20 dm.

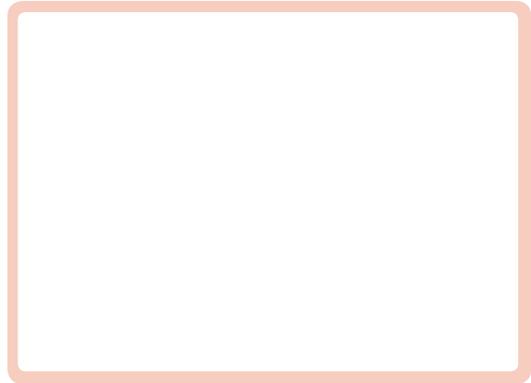
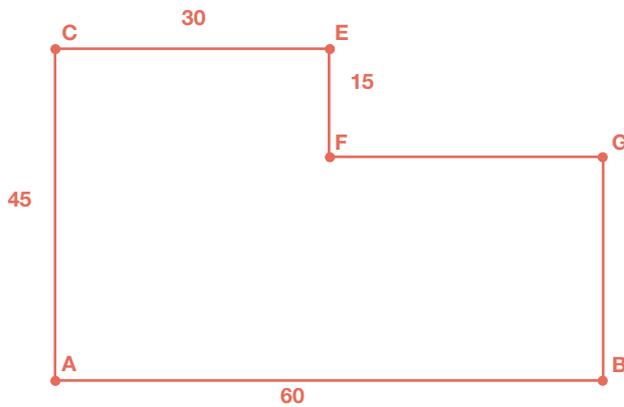
b) Rombo de lado 5 m y diagonal de 6 m.

c) Trapecio isósceles de bases de 7 y 19 cm y lados iguales de 10 cm.

52. Calcula el área de un hexágono regular cuyo lado mide 38 cm.

53. El área de un triángulo equilátero es $173,20 \text{ cm}^2$ y su altura $17,32 \text{ cm}$. Halla la longitud de su lado.

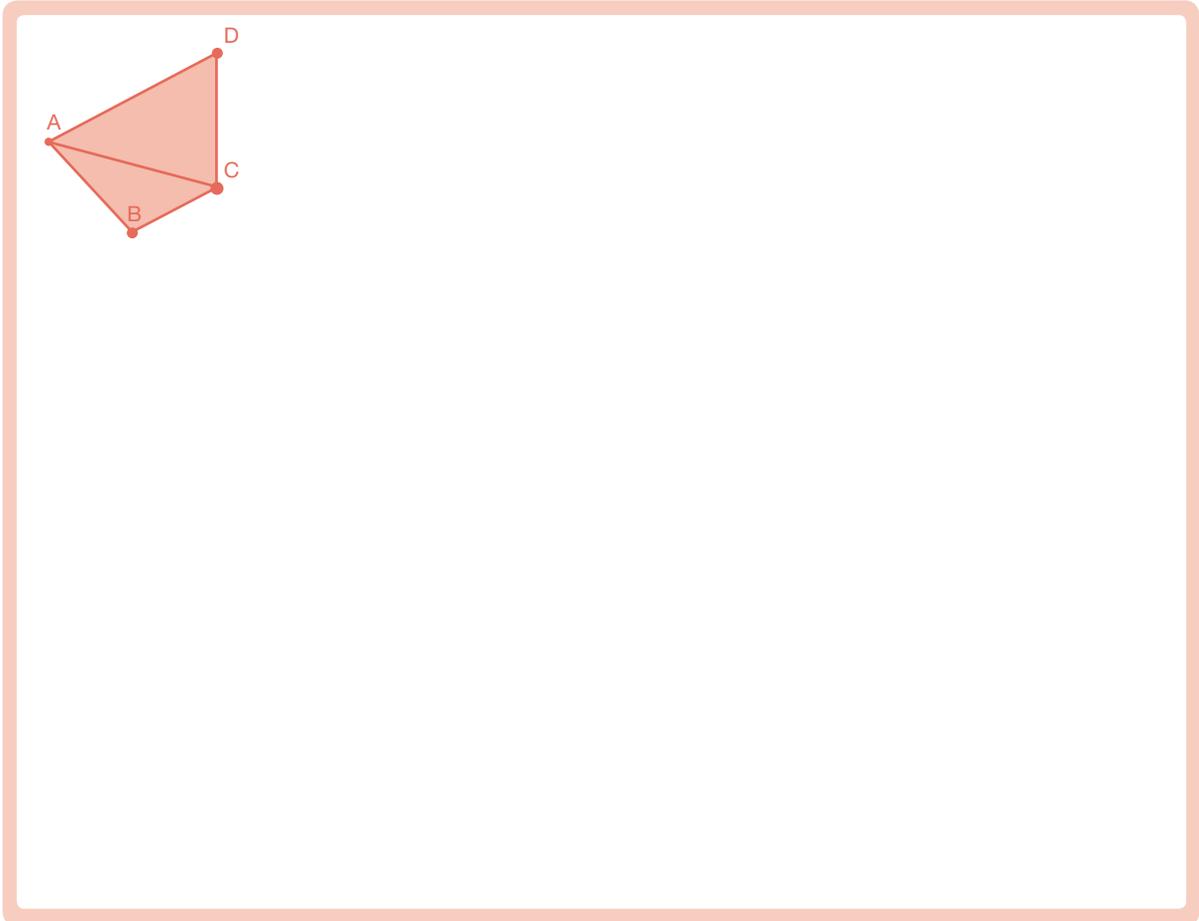
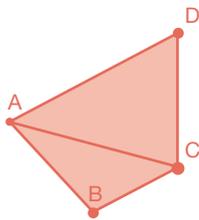
- 54.** Una comunidad de vecinos quiere construir una piscina. El arquitecto les propone la siguiente forma. Los vecinos deciden construir una piscina semejante a este modelo, de manera que el lado mayor sea de 16 m. Calcula las medidas del resto de los lados.



- 55.** ¿Son semejantes dos triángulos si el primero tiene un ángulo de 45° y otro de 60° y el segundo tiene un ángulo de 45° y otro de 75° ? Razona tu respuesta.



- 56.** Dado el polígono ABCD, construye uno semejante a él con razón de semejanza 3 y usando el vértice A como punto de proyección. Si el área de ABCD es 52 cm^2 , ¿cuál es el área del polígono construido?



57. Dibuja un prisma recto regular de base pentagonal y a continuación:

a) Nombra sus vértices y, a partir de ellos, sus aristas y caras, explicando las características de estas últimas.



b) Encuentra dos pares de caras paralelas entre sí.



c) Encuentra dos pares de aristas paralelas entre sí y dos pares perpendiculares entre sí.



d) Si la arista de la base mide 8 cm, la apotema de la base 5,5 cm y la arista lateral 20 cm, calcula su área total y su volumen.



58. Describe y dibuja una pirámide cuadrangular regular. Define y representa su altura y calcula su área total y su volumen sabiendo que la apotema de la base mide 6 cm y la apotema de la pirámide mide 20 cm.



59. En un pozo circular de 1,80 m de diámetro, el agua alcanza una altura de 5,40 m desde el fondo. ¿Qué cantidad de agua contiene?

60. Se ha abierto una zanja de 15,20 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de profundidad. ¿Cuántos metros cúbicos de tierra se han sacado?

61. Queremos construir una vasija de forma cónica con tapadera. ¿Cuál será su volumen si el radio de la tapadera es 5 cm y la altura de la vasija es 15 cm?

62. Escribe las fórmulas del área y volumen de la esfera y calcúlalos para una esfera de radio 5 m.

63. Toma las medidas de un brik de un litro de capacidad y calcula su volumen en decímetros cúbicos. ¿Qué conclusión sacas?

64. Dado un cubo, si construyes otro cuya arista es la mitad, ¿cuántas veces se reduce su volumen?

2.4. Funciones y gráficas

65.

Utilizando tablas de valores, representa en unos ejes coordenados las gráficas de las funciones siguientes:

a) $y=x$

b) $y=2x$

c) $y=3x$

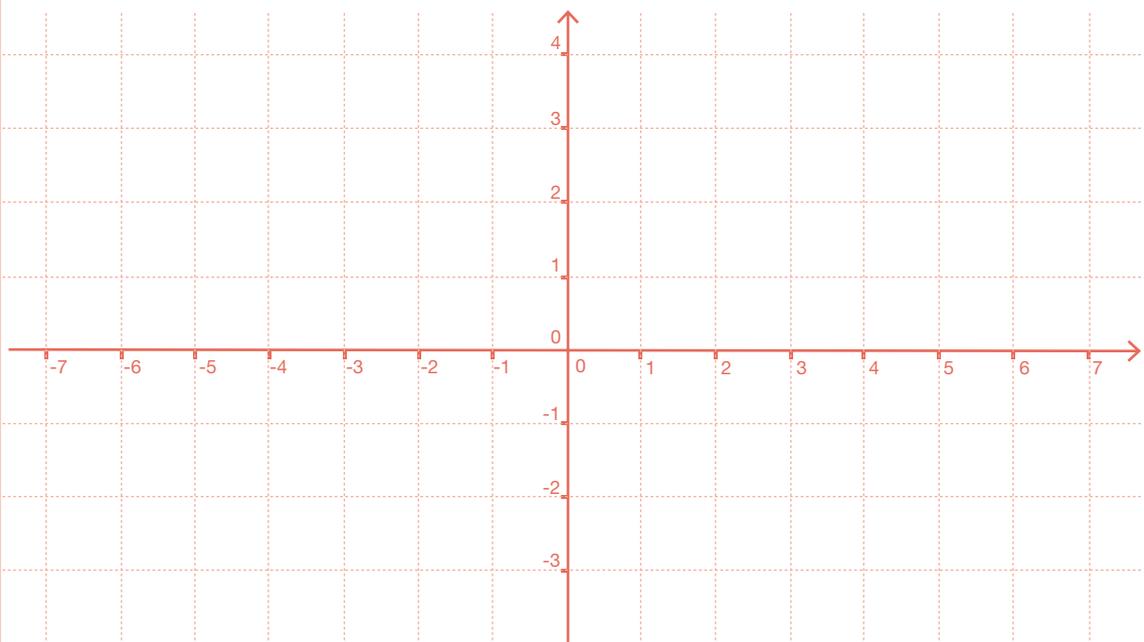
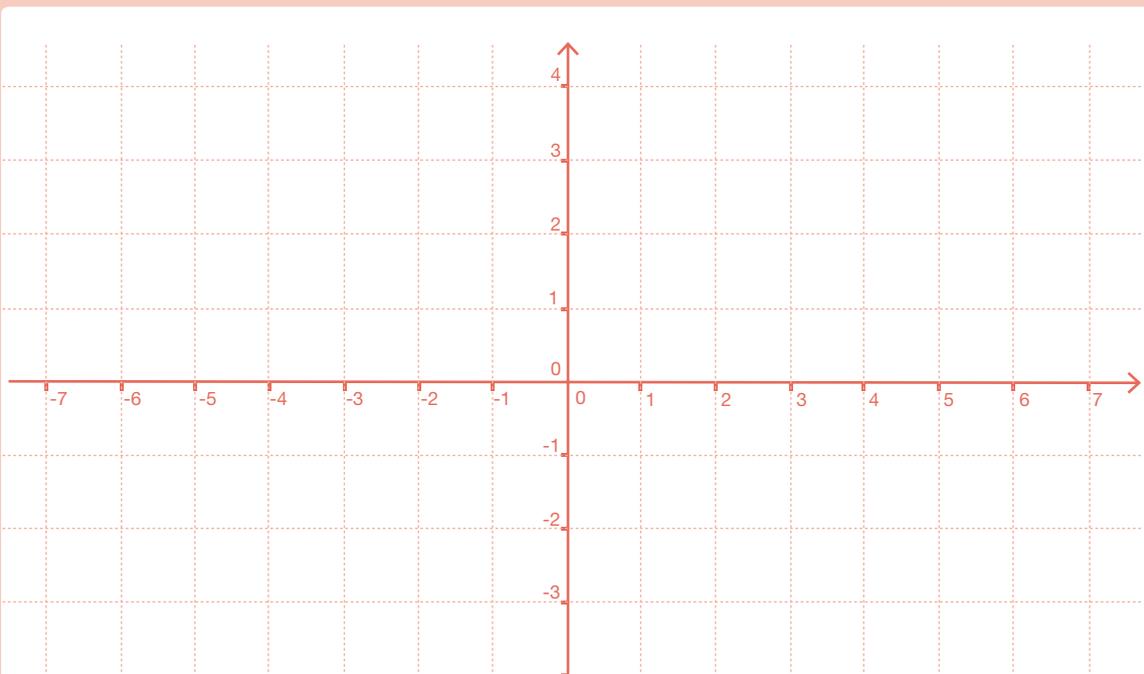
d) $y=\frac{1}{2}x$

e) $y=-x$

f) $y=-\frac{1}{2}x$

g) $y=-3x$

h) $y=\frac{2}{3}x$

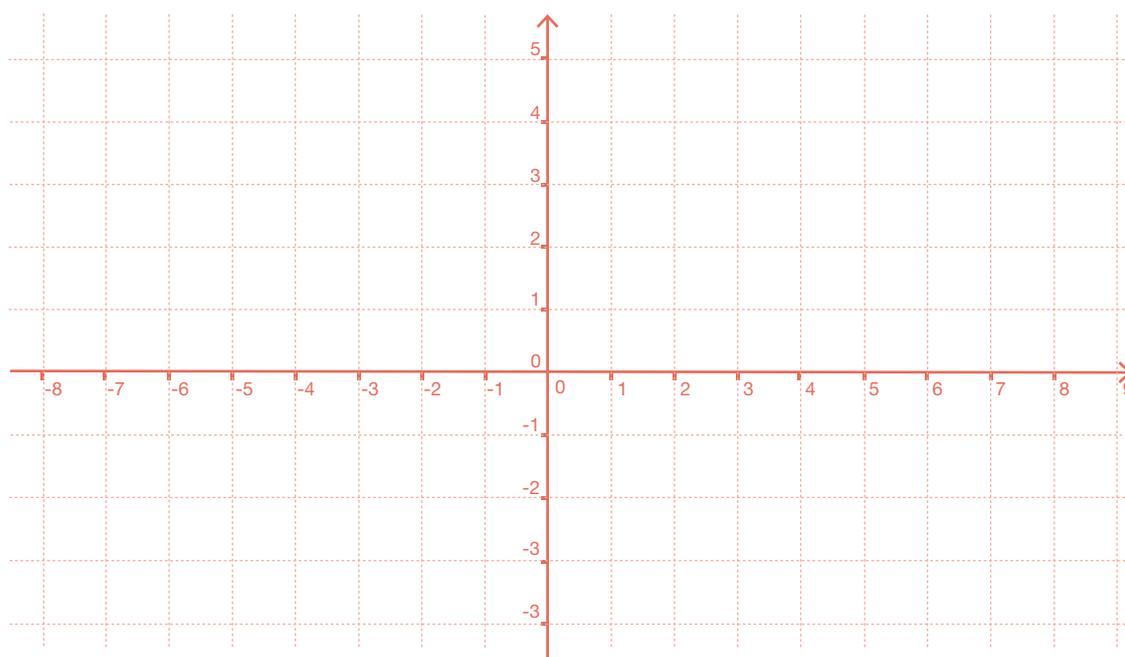
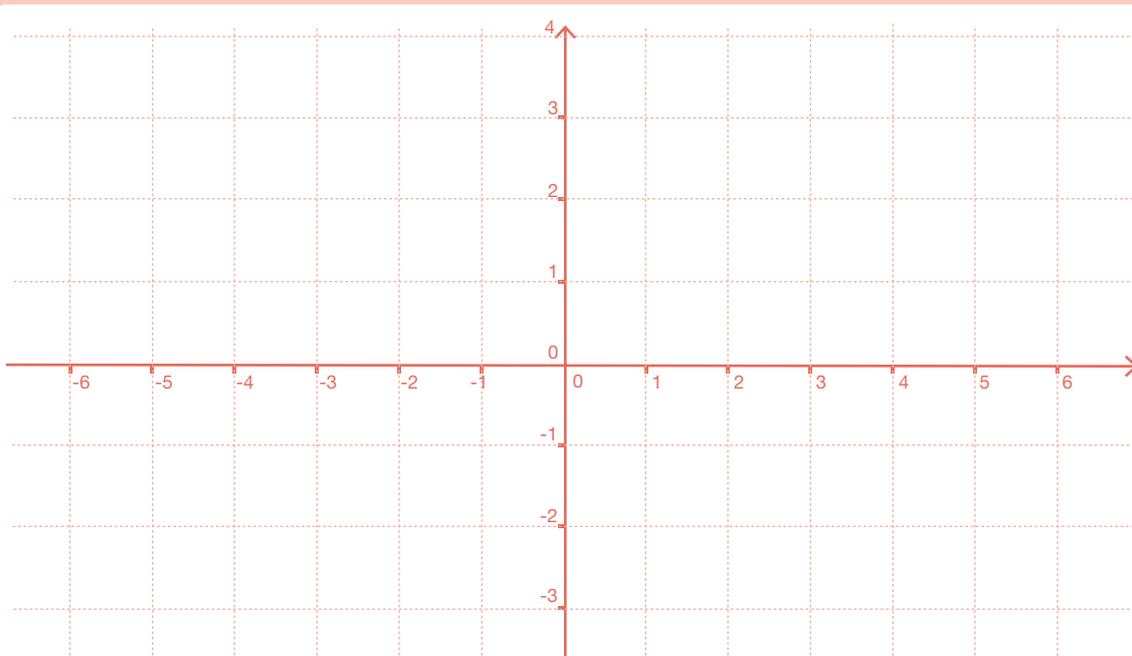


66.

Utilizando tablas de valores, representa en unos ejes coordenados las gráficas de las siguientes funciones:

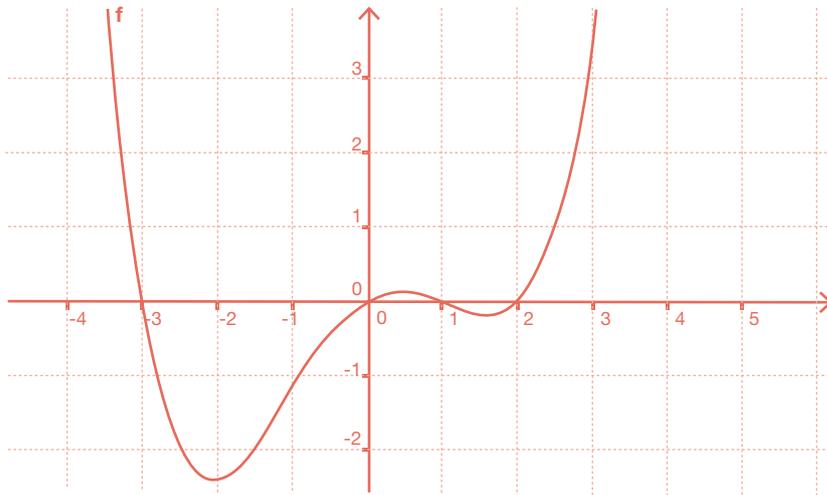
a) $y=x+1$ b) $y=2x-1$ c) $y=3x+2$ d) $y=\frac{1}{2}x-1$

e) $y=-x+2$ f) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ g) $y=-3x+1$ h) $y=-\frac{2}{3}x+2$



67. Observa la gráfica de la siguiente función e indica, a partir de la gráfica:

- Los lugares del eje X en los que es creciente y en los que es decreciente.
- Los máximos y los mínimos, aproximadamente.
- Los puntos de corte con los ejes.



68. Rosario ha salido de su casa a dar un paseo que ha durado 20 minutos. La gráfica siguiente describe la relación entre los minutos transcurridos, desde el momento en que salió de su casa, y los metros que ha recorrido. A partir de la gráfica, contesta a las siguientes cuestiones:

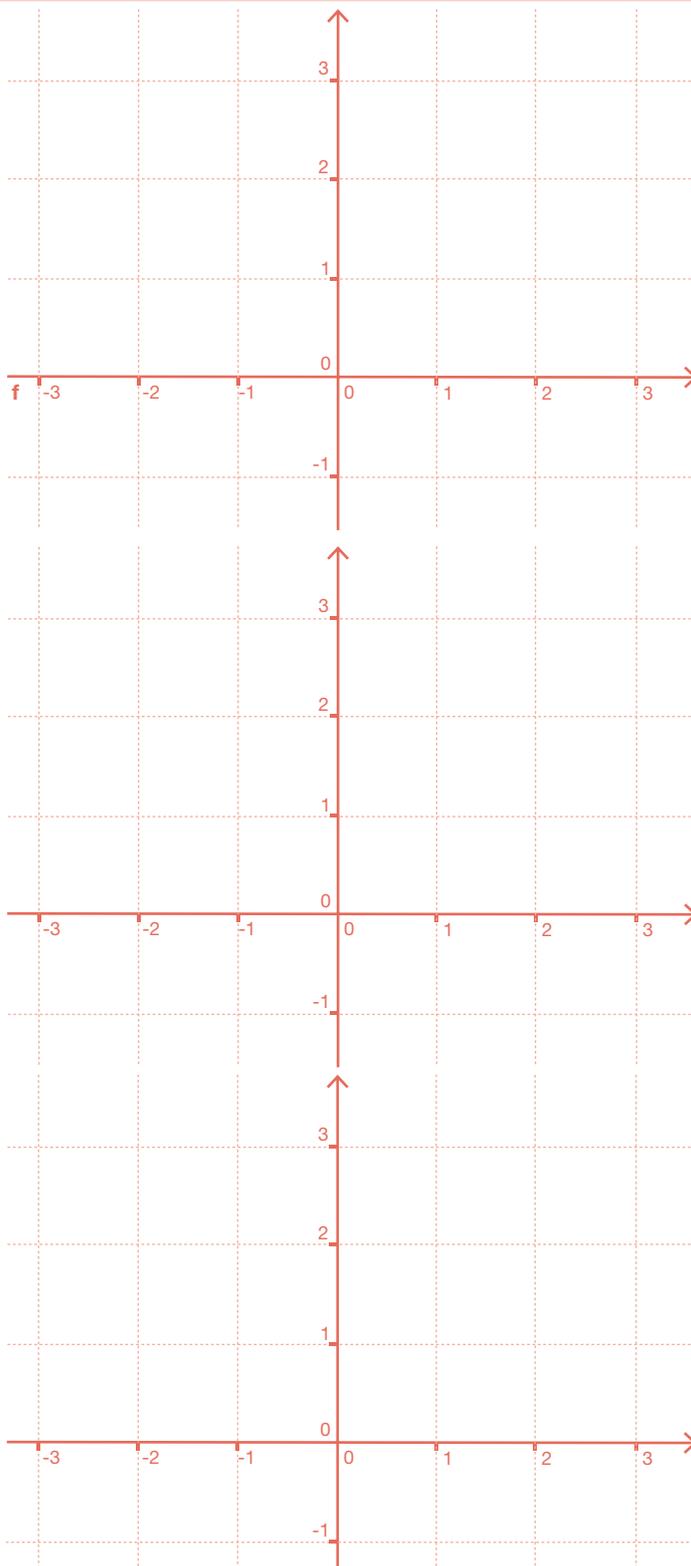
- ¿Qué ha ocurrido en los primeros 5 minutos?
- En el intervalo que va de 5 a 8 minutos, ¿qué ha hecho Rosario?
- ¿A cuántos metros se encuentra de su casa a los 10 minutos?
- ¿En qué momento se ha encontrado más lejos de su casa?
- ¿Cuál es la distancia máxima a la que se ha encontrado?
- Entre los minutos 16 y 20, ¿cuántos metros ha recorrido Rosario?



69.

En cada caso, dibuja una gráfica de una función que verifique las condiciones que se indican:

- a) Creciente en todo el eje X, positiva y corta al eje Y en el punto (0,1).
- b) Creciente para los valores negativos, decreciente para los valores positivos y con un máximo en (0,3).
- c) Alcanza un máximo en el punto (1/2,2) y mínimos en los puntos (-1,0) y (2,0).



2.5. Estadística y probabilidad

70.

El Departamento de Lengua de un instituto de secundaria quiere hacer un estudio sobre los resultados de la primera evaluación en Primero de ESO. En el instituto hay 130 alumnos que cursan Primero de ESO y, para hacer el estudio, se han seleccionado, al azar, las notas de 20 alumnos que han resultado ser:

5, 8, 5, 4, 3, 1, 5, 6, 10, 9
1, 1, 7, 6, 5, 3, 9, 6, 7, 5

a) Indica cuál es la población y cuál la muestra en este estudio.

b) Organiza los datos en una tabla con las frecuencias absolutas

71.

Completa la siguiente tabla estadística:

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por ciento
1	10	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	6	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	12	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	7	<input type="text"/>	<input type="text"/>
5	5	<input type="text"/>	<input type="text"/>

72.

Se ha preguntado a 25 personas por el número de veces que han ido al cine durante el último mes. Las respuestas se han agrupado en la tabla siguiente. Representa en un diagrama de barras o de sectores, según convenga, la información.

Número de películas	Frecuencia vistas absoluta
0	4
1	5
2	8
3	5
4	2
5	1

73. En una clase con 20 alumnos se ha hecho un estudio sobre el grupo sanguíneo de cada uno de ellos. El número de alumnos de cada grupo se ha representado en la tabla siguiente. Calcula el porcentaje de cada grupo y representa los datos en un diagrama de barras o de sectores, según convenga.

Grupo sanguíneo	Frecuencia absoluta	Porcentaje
A	5	<input type="text"/>
B	4	<input type="text"/>
AB	1	<input type="text"/>
O	10	<input type="text"/>

74. A la vuelta de vacaciones, en un curso de Segundo de ESO, la profesora de Matemáticas ha hecho una encuesta y ha preguntado a cada uno de los alumnos por el número de libros que han leído durante el verano. Al día siguiente, la profesora les ha traído el siguiente diagrama de barras, basado en la encuesta del día anterior. A partir del diagrama, haz una tabla con las frecuencias absolutas y relativas.



75. Calcula la media aritmética, la mediana y la moda para cada una de las siguientes tablas de frecuencias:

a)

Datos	Frecuencia absoluta
1	2
2	3
3	4
4	5
5	1

b)

Datos	Frecuencia absoluta
4	4
5	4
6	5
7	6
8	1

3. Tercero de ESO

3.1. Números, medidas y operaciones

3.1.1. Operaciones

1. Reduce las expresiones siguientes a una sola potencia:

a) $\frac{2^2}{2^{-1}} \cdot \left(\frac{2^3 \cdot (-2)^6}{2^5 \cdot 2^{-2}} \right)^2$

b) $\left(\frac{(-3)^2 \cdot 3^3 \cdot (-3)}{3^3 \cdot 3^{-1}} \right)^2$

c) $\left(\frac{a^2 \cdot a^{-3}}{a^{-2} \cdot a^3} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^2 \cdot a^3}{a \cdot a^2} \right)^2$

2. Realiza las siguientes operaciones, expresándolas como potencias de factores primos:

a) $\frac{6^2 \cdot 12^2 \cdot 27^{-2} \cdot 16^{-3}}{4^{-1} \cdot 3^5 \cdot 12^{-1} \cdot 6^3} \cdot \frac{3^5 \cdot 12^{-4} \cdot 8^3}{4^3 \cdot 24^{-1} \cdot 8^2}$

b) $\left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^4 \cdot \left(\frac{-1}{2} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{9} \right)^3$

3. Calcula la fracción irreducible de las fracciones siguientes:

a) $\frac{720}{3.600}$

b) $\frac{123}{75}$

c) $\frac{300}{3.600}$

d) $\frac{555}{333}$

4. Ordena de menor a mayor y representa en una recta los números siguientes:

$\frac{11}{3}, 3, 6, -1, -2, \frac{1}{6}, -\frac{1}{9}, \frac{2}{3}$

5. Halla la fracción generatriz de los números decimales siguientes y clasifícalos en decimales finitos y decimales infinitos periódicos:

- a) 0,25 b) 1,75 c) 0,3333... d) 2,121212... e) 0,2333... f) 4,123535...

6. Opera las expresiones dando la fracción irreducible:

a)
$$\frac{\left(\frac{3}{6} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{2}{6} + \frac{2}{6}\right) \cdot 2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot 2}$$

b)
$$\frac{\left(\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)}{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{6}\right) - \frac{3}{2} + \frac{1}{4}} \cdot \frac{3}{5} - \frac{1}{2}$$

7. Un grifo llena un recipiente en 10 horas y otro en 8 horas. ¿Qué fracción del recipiente se llenará si los dos grifos están abiertos durante 2 horas?

8. Un hombre realiza un trabajo en 4 horas y otro tarda en hacer el mismo trabajo 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán trabajando los dos juntos?

9. Expresa, con todas las cifras, los números escritos en notación científica:

a) $3,25 \cdot 10^7$

b) $4,216 \cdot 10^{-5}$

c) $-3 \cdot 10^{-6}$

d) $5,432 \cdot 10^8$

e) $3,215 \cdot 10^{-5}$

f) $2,7 \cdot 10^{-4}$

10. Escribe en notación científica:

a) 5.432.000.000

b) -0,0000076

c) 465.700

d) 0,00000000009

e) -0,000572

f) 84.300

11. Calcula y expresa el resultado en notación científica:

a) $(3 \cdot 10^7) \cdot (7 \cdot 10^{19})$

b) $(4 \cdot 10^9)^2$

c) $(9 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3})$

d) $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4})$

e) $(5 \cdot 10^7) : (2,5 \cdot 10^{-6})$

12. Extrae factores de las raíces:

a) $\sqrt{8 \cdot a^3 \cdot b^2}$

b) $\sqrt[4]{\frac{81 \cdot a^5 \cdot b^2}{c^7 \cdot d^8}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{a^7 \cdot b \cdot c^4}{d^5}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{8 \cdot 54}{125}}$

13. Factoriza los radicandos y calcula las raíces:

a) $\sqrt{1.296}$

b) $\sqrt[3]{21.952}$

c) $\sqrt{\frac{441}{196}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{3.375}{512}}$

14. Realiza las siguientes operaciones con raíces, factorizando previamente:

a) $\sqrt{75}-\sqrt{8}+3\sqrt{12}-2\sqrt{32}$

b) $\sqrt{18}+\sqrt{20}-2\sqrt{8}+\sqrt{45}$

c) $\sqrt{\frac{16}{3}}-2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}+3\cdot\sqrt{\frac{1}{27}}-2\cdot\sqrt{\frac{25}{3}}$

d) $\sqrt{\frac{8}{9}}-3\cdot\sqrt{\frac{2}{9}}-2\cdot\sqrt{\frac{2}{16}}+\sqrt{32}$

e) $\sqrt{3\cdot a^2\cdot b}\cdot\sqrt{2\cdot a\cdot c}\cdot\sqrt[3]{3\cdot a\cdot c^2}$

f) $(2+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})$

15. Introduce dentro de la raíz:

a) $\frac{a\cdot b\cdot c}{d}\sqrt{\frac{c\cdot d}{a}}$

b) $\sqrt{a\cdot b}\cdot\sqrt{\frac{c}{a\cdot b}}$

c) $\sqrt[3]{b\cdot c^2}\cdot\sqrt{\frac{a}{c}}$

16. Redondea a las centenas los números siguientes, indicando si son aproximaciones por exceso o por defecto:

a) 23.729

b) 5.873

c) 456

d) 876.912

17. Encuentra una aproximación a las centésimas, por exceso y por defecto, de las siguientes raíces, indicando el margen de error con ayuda de la calculadora, como en el ejemplo.

Número	Aprox. por defecto	Error por defecto	Aprox. por exceso	Error por exceso
$\sqrt{3}=1,73205$	1,73	$E < 0,003$	1,74	$E < 0,008$
$\sqrt{5}=2,23606$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\sqrt{7}=2,64575$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\sqrt{21}=4,58257$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- 18.** Calcula longitud de la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 10 cm y 12 cm. Expresa el resultado con una aproximación centesimal.

- 19.** Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm. El resultado ¿es un número irracional?

- 20.** La rueda de un coche da 1.570 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas da en un segundo? Redondea el resultado.

3.1.2. Proporcionalidad y porcentajes

- 21.** En una granja hay 23 vacas que comen en 50 días 2.990 kg de pienso. ¿Durante cuantos días se pueden alimentar 75 vacas con 6.240 kg?

- 22.** Un grifo, que tiene un caudal de 5 litros por minuto, llena una bañera en 30 minutos. ¿Qué caudal debe tener otro grifo que lo llene en 40 minutos?

- 23.** ¿Cómo se pueden repartir 4.620 € entre tres amigos, de forma que al mayor le corresponda la mitad que al menor, y a éste el triple que al mediano?

- 24.** Por cada tonelada de arena extraída en una mina, se obtienen 750 kg de mineral. ¿Cuántos kilogramos de arena hay que extraer para obtener 27 toneladas de mineral?

- 25.** Di si las siguientes parejas de magnitudes son directa o inversamente proporcionales:

a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.

b) El peso de un jamón y su precio.

c) El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito.

d) El tiempo empleado en hacer un trabajo y el número de trabajadores.

e) El tiempo que está encendida una bombilla y la energía que gasta.

- 26.** Un empresario deposita 28.000 € en un banco a un interés compuesto del 2% anual. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 3 años?

- 27.** El precio inicial de un ordenador portátil era de 480 €. A lo largo del tiempo el precio ha sufrido variaciones: primero subió un 10%, luego subió otro 22% y al final bajó un 30%.

a) ¿Cuál es su precio actual?

b) ¿Cuál es el índice de variación global?

c) ¿Cuál fue la variación porcentual?

3.2. Álgebra

- 28.** Halla los términos a_1 , a_2 y a_{10} de las siguientes sucesiones cuyo término general a_n se da:

a) $a_n = 2n - 1$

b) $a_n = \frac{4n-3}{2}$

c) $a_n = n^2 - 3n + 5$

d) $a_n = 2^{n-1}$

e) $a_n = (-3)^n$

- 29.** Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

a) 5, 7, 9, 11, 13,...

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$

c) 1, 0, -1, -2, -3,...

d) 1, 4, 9, 16, 25, 36,...

e) 2, 5, 10, 17, 26, 37,...

f) -1, 2, -3, 4, -5,...

- 30.** Escribe dos términos más en cada una de las sucesiones siguientes y di cuáles son progresiones aritméticas y cuáles son geométricas:

a) 1,6; 2; 2,4; 2,8;...

b) $1/2$; $1/4$; $1/8$; $1/16$;...

c) 9; 7; 5; 3;...

d) $1/3$; $1/6$; $1/12$; $1/24$;...

e) 80; 8; 0,8; 0,08;...

f) 8; 4; 0; -4;...

- 31.** Calcula la diferencia y el término general de las progresiones aritméticas siguientes, de las cuales conocemos algunos términos:

a) $a_1 = -1$ $a_3 = 3$

b) $a_1 = -2$ $a_5 = -14$

- 32.** Halla la suma de todos los números impares menores de 100.

- 33.** Un reloj de pared da campanadas a la hora en punto, a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, da 6 campanadas a las seis de la tarde, por ejemplo. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?

- 34.** Calcula el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4 m, que la azotea está a 37 m del suelo y que la altura de cada piso es de 2,75 m.

- 35.** Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?

36. Un estudiante trabaja de cartero. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el día 20 reparte 2.285 cartas.

a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el día 10?

b) ¿En qué día repartió 2.165 cartas?

c) Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.

37. Conociendo algunos términos de una progresión geométrica, calcula la razón y el término general.

a) $a_1=4$ $a_5=64$

b) $a_1=3$ $a_5=0,0003$

38. El tercer término de una progresión geométrica es 12 y la razón 2. Calcula la suma de los diez primeros términos.

39. Una ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de éstos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?

40. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- a) El doble de un número más cinco
- b) El triple de un número menos su mitad
- c) El cuadrado de la suma de dos números
- d) La suma de los cuadrados de dos números
- e) Un número al cuadrado más su doble
- f) Un número impar
- g) La suma de tres números consecutivos

41. Calcula el valor numérico del polinomio $p(x)=3x^3-2x^2+1$, en los casos siguientes:

a) $x = -2$

b) $x = \frac{2}{3}$

c) $x = \sqrt{2}$

d) $x = -\frac{1}{2}$

42. Si $p(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$, $q(x) = 2x^2 - 2x + 1$ y $r(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 1$, haz las siguientes operaciones:

a) $p(x) + q(x)$

b) $p(x) - q(x) + r(x)$

c) $2p(x) - 3r(x)$

d) $p(x) \cdot q(x) - r(x)$

e) $q(x) \cdot (2p(x) - r(x))$

43. Factoriza los polinomios siguientes:

a) $x^4 - x^3 - x^2 + x$

b) $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

c) $81x^4 - 16$

d) $x^2 - 10x + 25$

e) $25 - 9x^2$

f) $3x^3 - 6x^2 + 3x$

44. Resuelve las ecuaciones de primer grado :

a) $\frac{3x-1}{2} = \frac{5x-4}{3}$

b) $7(x+4) - 3(x+2) = 3(x-1) - (x-7)$

c) $4x - 3 = \frac{2x-5}{3}$

d) $\frac{5-x}{3} - \frac{7+x}{2} = 1 - 5x$

45. Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales siguientes:

a)
$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ x-2y=6 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x+y=6 \\ 0,15x+0,4y=1,5 \end{cases}$$

46. Marusela ha comprado dos discos compactos de música que ayer se vendían al mismo precio, pero hoy uno de ellos está rebajado un 15% y el otro en un 10%. Por ambos paga 21 €. ¿Cuánto costaba ayer cada disco compacto?

47. Antonio tiene 15 años y su madre 42. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del hijo sea la mitad que la de la madre?

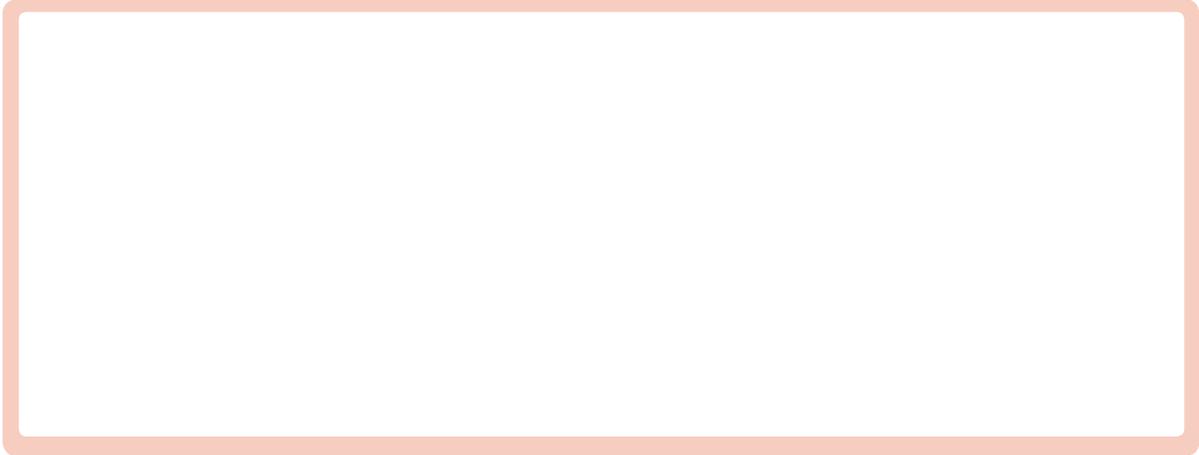
48. Dos coches salen simultáneamente del mismo punto y en la misma dirección. A los 20 minutos, el primero le lleva una ventaja de 10 km al segundo. Si el segundo va a 90 km/h, ¿cuál es la velocidad del primero?

49. En un número de dos cifras, las decenas son el triple que las unidades. Si se invierte el orden de las cifras, se obtiene otro número 36 unidades menor. Calcula el número del principio.

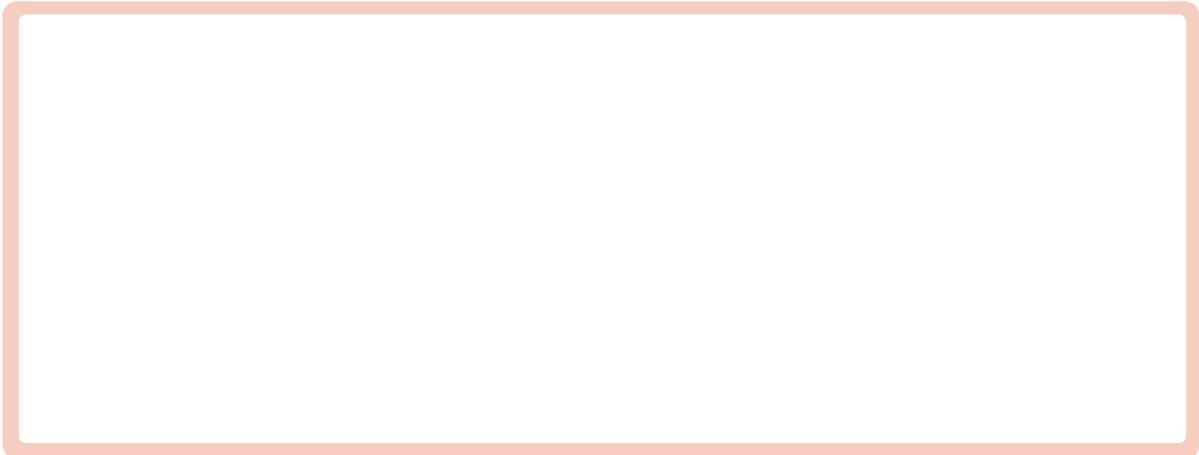
50. Entre las dos diagonales de una cometa suman 100 cm, siendo la menor 20 cm más corta que la mayor. ¿Cuánto mide cada diagonal?

3.3. Geometría

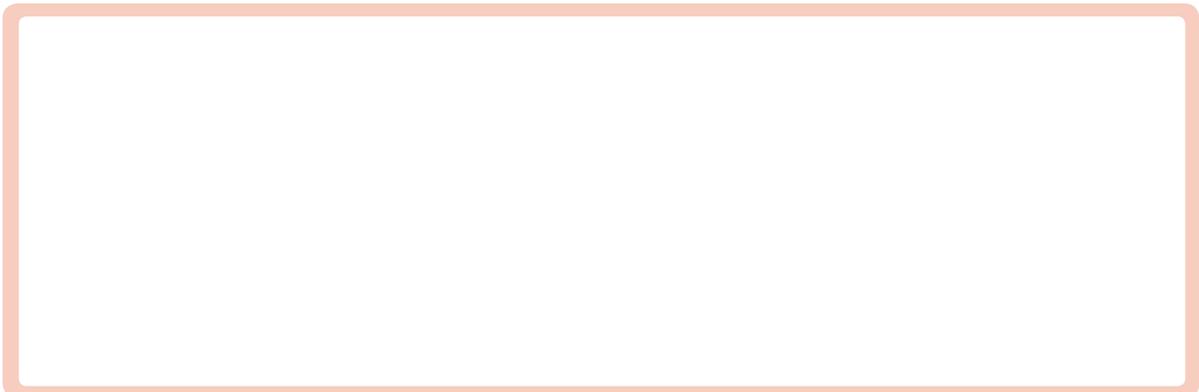
- 51.** Dada una recta r y un punto A exterior, traza la circunferencia con centro en el punto A , que es tangente a la recta r . ¿Qué radio tiene?



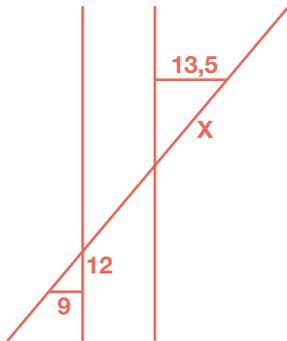
- 52.** Divide un segmento AB en cinco partes iguales sin medir longitudes sobre él.



- 53.** Dibuja tres puntos cualesquiera no alineados y la circunferencia que pasa por ellos.



54. Calcula el valor de x . ¿Qué teorema estás utilizando?

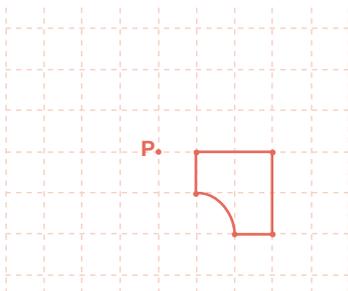


55. Halla los lados y el área de un triángulo rectángulo de hipotenusa 50 cm y perímetro 120 cm.

56. El extremo superior de una torre se ve desde un punto del suelo bajo un ángulo de 60° . Dicho punto está a 9 m del pie de dicha torre. Dibuja la situación utilizando una escala adecuada y calcula los ángulos y la altura de la torre.

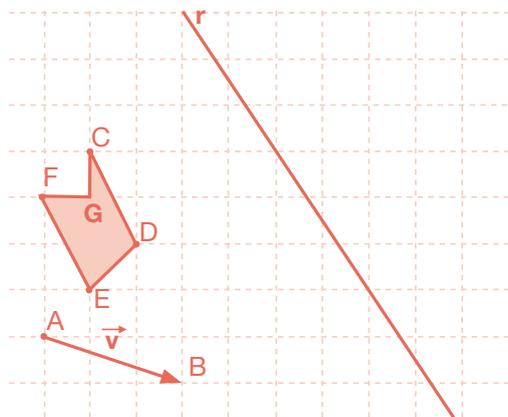
57. Tenemos un rectángulo de lados 6 y 8 cm. Construye uno semejante cuyo área sea el doble.

58. Gira la siguiente figura, con centro en el punto P y amplitud de giro de 90° .

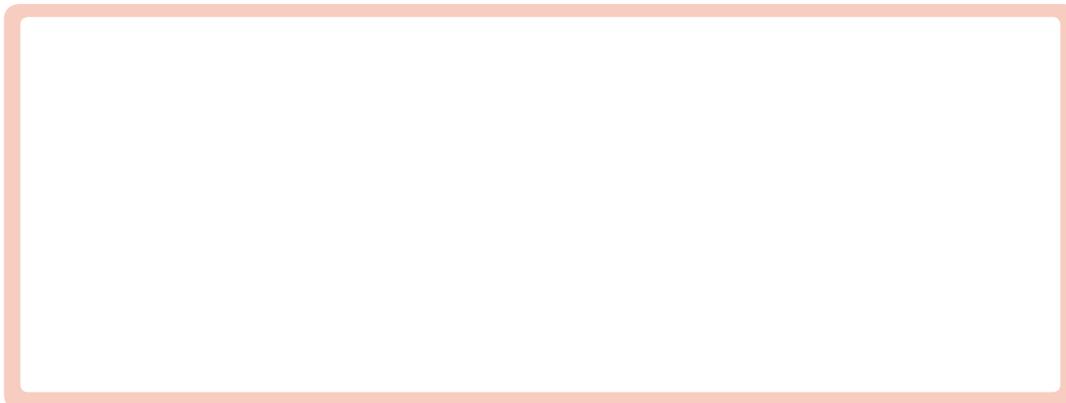


59. Dados el polígono CDEFG, el vector \vec{v} y la recta r :

- a) Dibuja la traslación del polígono dado mediante el vector.
b) Dibuja el simétrico del polígono obtenido en el apartado anterior respecto de r .



60. Dibuja dos circunferencias secantes de igual radio y busca dos ejes de simetría.



61. Un mapa está dibujado a escala 1:50.000.

- a) ¿Cuál es la distancia real entre dos puntos que en el mapa están a 23 cm?

- b) Si una región tiene en el dibujo 10,5 dm² de área, ¿cuál es su verdadera extensión en km²?

62. Dado un pentágono de lados 2, 3, 5, 6 y 8 cm, halla los lados de uno semejante a él cuyo perímetro sea 60 cm. ¿Cuál es la razón de semejanza?

63. Si tenemos un círculo de cartón de 6 dm. de radio y queremos construir a partir de él un cuadrado:

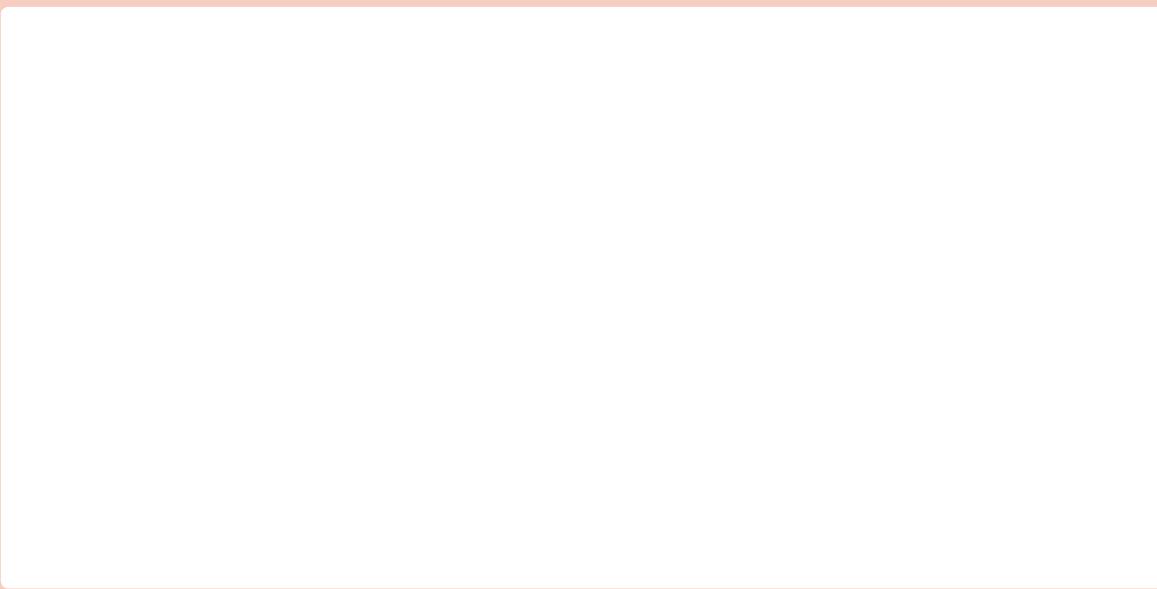
a) ¿De qué tamaño será el mayor cuadrado posible? Dibújalo y explica cómo lo haces.

b) Para dicho cuadrado calcula el perímetro y el área de cada uno de los segmentos circulares que determina sobre el círculo.

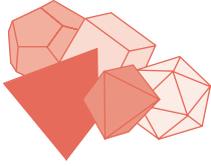


64. Dibuja un cubo y sobre él señala:

- a) Dos planos paralelos.
- b) Dos rectas paralelas.
- c) Una recta y un plano paralelos.
- d) Dos planos perpendiculares.
- e) Dos rectas perpendiculares.
- f) Una recta y un plano perpendiculares.
- g) Si la arista mide 2 cm, calcula la diagonal del cubo.



65. Nombra y describe los poliedros regulares indicando cómo son sus caras y cuántas hay en cada vértice.



66. a) El área lateral de un prisma regular octogonal recto es 336 m^2 . Sabiendo que su altura mide 12 m , halla su arista de la base.
b) El área lateral de un cilindro de revolución es 364 m^2 . Sabiendo que su altura mide 18 m ., halla el radio de la base.

67. Dibuja una pirámide regular hexagonal recta. Sabiendo que la arista de la base mide 4 cm y que la arista lateral mide 8 cm , calcula sus áreas lateral y total.

68. Dibuja el cuerpo geométrico engendrado al girar un triángulo rectángulo de catetos 6 y 9 dm alrededor de su cateto mayor. Calcula sus áreas lateral y total.

- 69.** Un cono recto de 12 cm de altura y 5 cm de radio de la base se corta por un plano horizontal de forma que su altura queda dividida por la mitad. Dibuja la figura que queda por debajo del plano y halla su área total y su volumen.



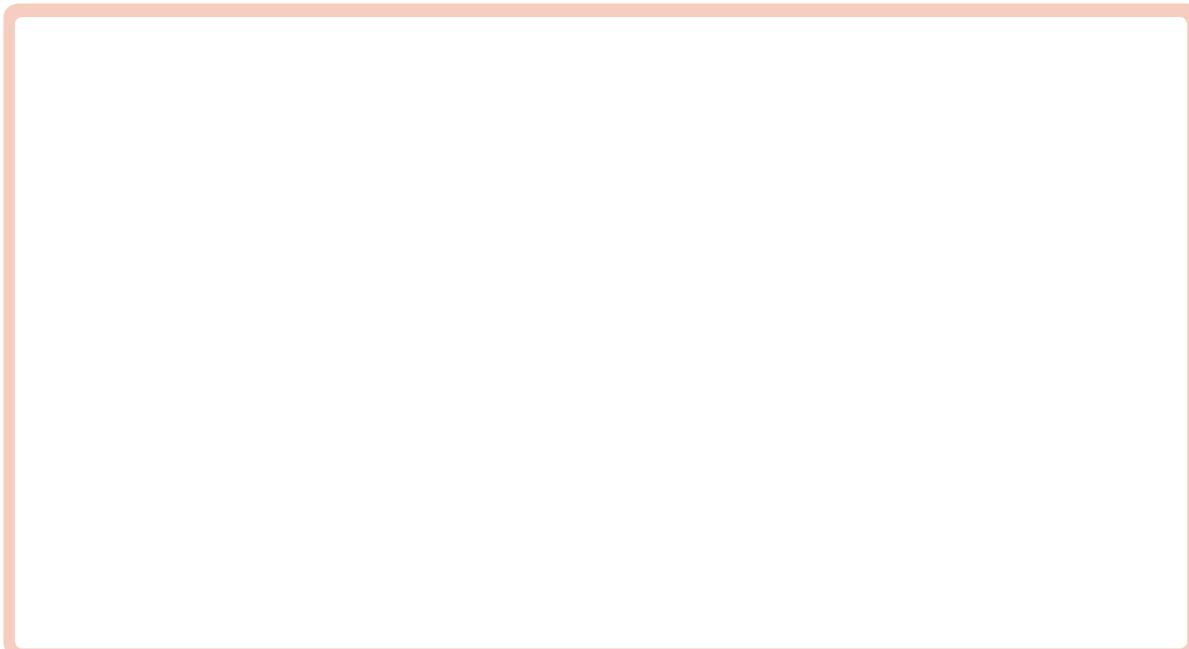
- 70.** Calcula el volumen de un cubo cuyo área total es 294 cm^2 .



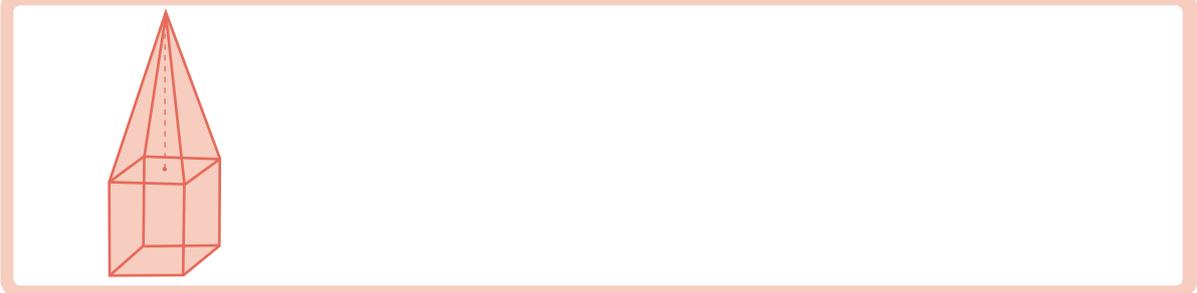
- 71.** Un estanque tiene forma de prisma hexagonal regular recto. Su arista básica mide 3 m y su arista lateral mide 4 m. Está lleno de agua y se quiere vaciar mediante un grifo que arroja 100 litros por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse?



- 72.**
- a) Las ciudades de San Petersburgo (Rusia) y Alejandría (Egipto) están en el mismo meridiano. Representa su situación en la superficie terrestre. Averigua su latitud y calcula la distancia entre ellas.
 - b) Haz lo mismo para Guayaquil (Ecuador) y Santa Clara (Cuba).
 - c) Calcula el área de la superficie terrestre (supuesta esférica), sabiendo que el radio de la Tierra es 6.378 km.



- 73.** Se quiere pintar este obelisco. La parte inferior tiene forma cúbica de arista 3 m y la altura total del obelisco es 7 m. Los pintores cobran a 10 € el m^2 . Calcula lo que hay que pagar por el trabajo.



- 74.** Halla las áreas lateral y total de un tronco de pirámide regular que tiene por bases dos cuadrados cuyos lados miden 12 cm y 18 cm, respectivamente, y por altura 4 cm.

- 75.** Una caldera tiene forma cilíndrica con una altura de 12 dm y termina en una semiesfera de 40 cm de radio en cada extremo. Dibuja la figura y halla su capacidad.

3.4. Funciones y gráficas

- 76.** La siguiente tabla de valores expresa la relación entre el número x de operarios que trabajan en una cadena de montaje y el número y de piezas que ensamblan en una hora. Rellena los huecos y representa la tabla gráficamente.

x	y
1	24
2	36
3	<input type="text"/>
4	60
5	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>

77.

Una compañía de telefonía móvil tiene establecida la siguiente tarifa para llamadas al extranjero:
 - Por establecimiento de llamada: 0,30 euros.
 - Por minuto de llamada: 0,60 euros.
 Supongamos, además, que se factura realmente por el tiempo hablado, es decir, que no facturan minutos completos, sino por los minutos y segundos reales que se haya hablado.

a) Construye una tabla de valores en la que aparezcan los precios de las llamadas de 1 a 10 minutos.

--

b) Representa la gráfica en unos ejes cartesianos, indicando qué variable se representa en cada uno de los ejes.

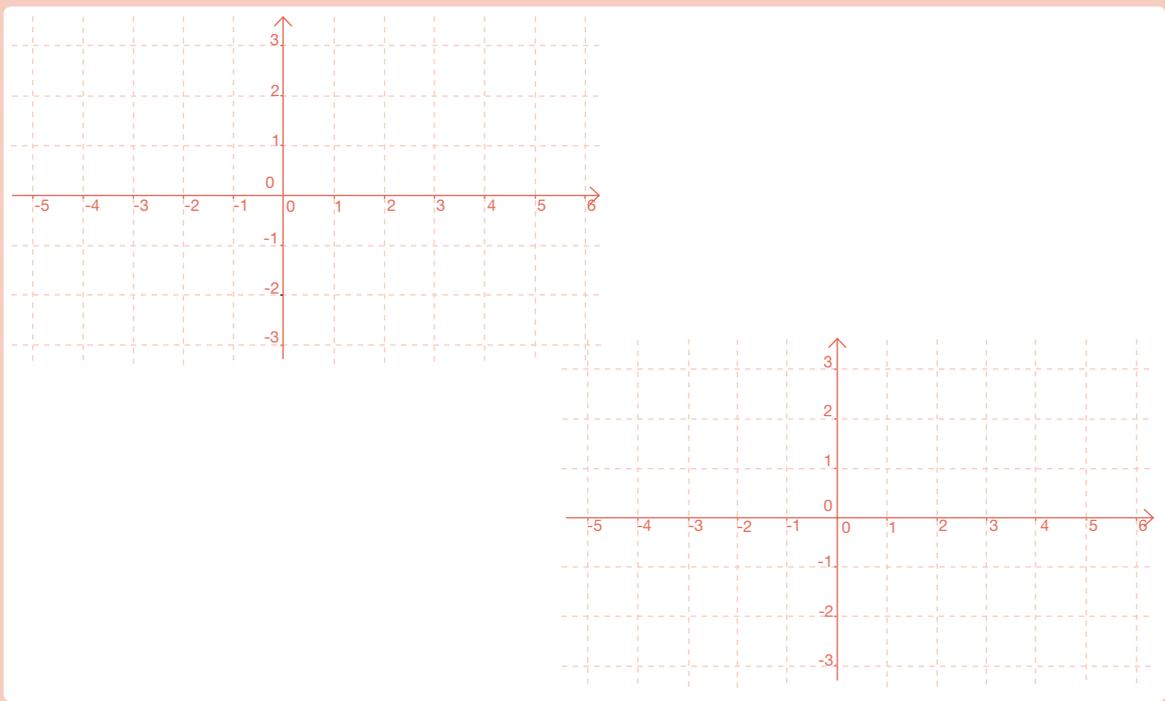
c) Calcula cuánto costará una llamada que ha durado 2 minutos y 15 segundos.

--

78.

Representa gráficamente las funciones siguientes:

- a) $y=x^2$ b) $y=-x^2$ c) $y=x^2+1$ d) x^2-2
 e) $y=x^2-2x+1$ f) $y=x^2+3x+2$ g) $y=-x^2+x$ h) $y=-x^2+2x-1$



79.

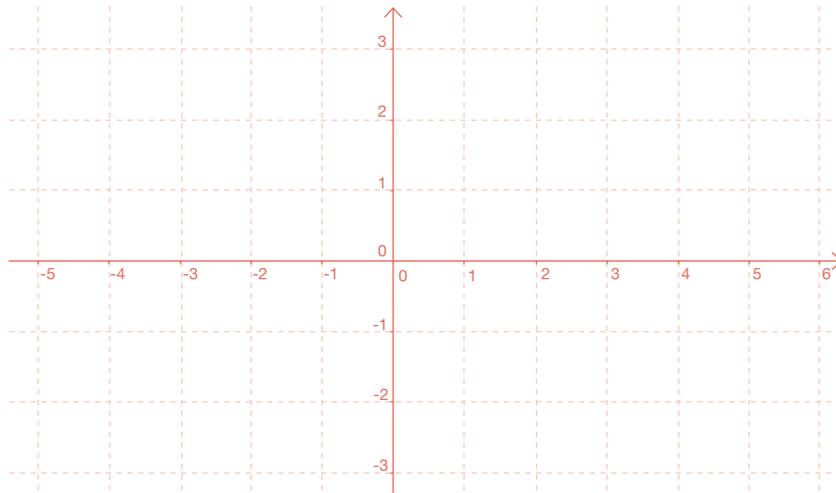
Representa las gráficas de las siguientes rectas e indica en cada caso el valor de la pendiente:

a) $y=2x$

b) $y=-3x+1$

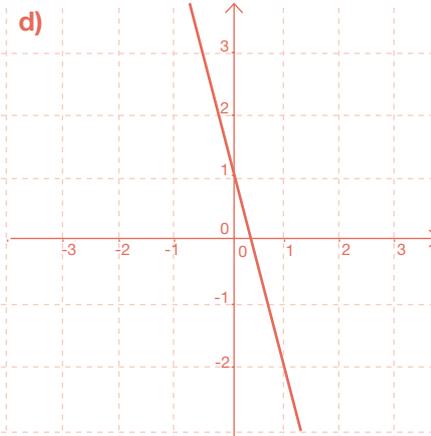
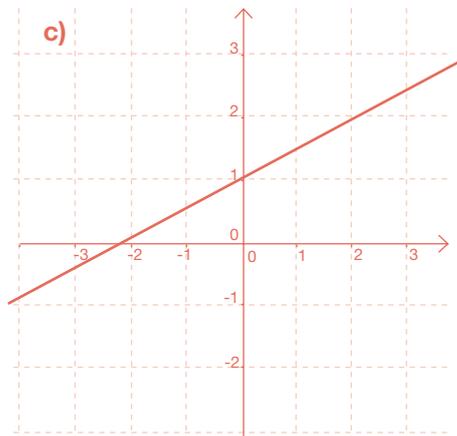
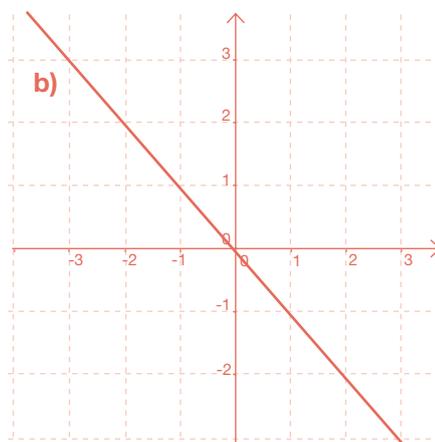
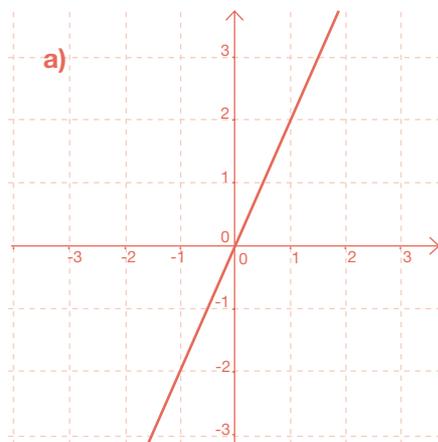
c) $y=-x+1$

d) $y=\frac{1}{2}x-2$



80.

A partir de las gráficas, calcula la pendiente de cada una de las siguientes rectas:



- 81.** Una persona camina 1,5 m cada segundo. Llamemos x al tiempo en segundos que lleva esa persona caminando e y a los metros que ha recorrido en el tiempo x .

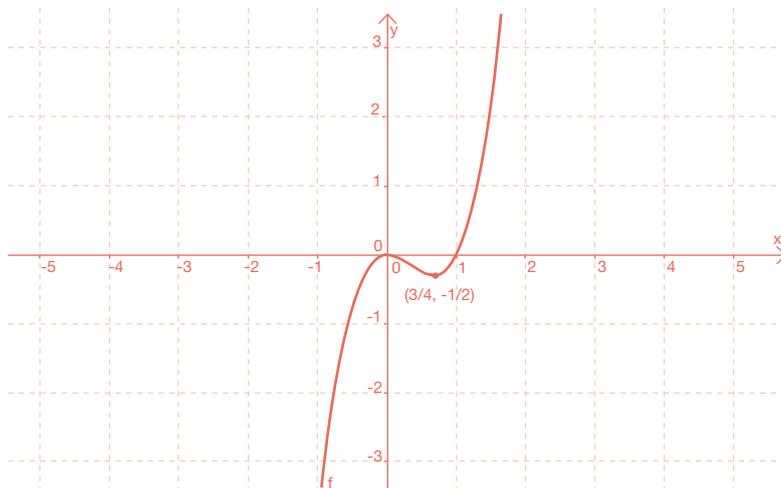
a) Haz una tabla con los valores correspondientes a los metros recorridos para los 10 primeros segundos, contando desde 0.

x (segundos)	y (metros)
0	0
1	1,5
2	3
3	4,5
4	6
5	7,5
6	9
7	10,5
8	12
9	13,5
10	15

b) Escribe la expresión algebraica que relaciona x e y .

$$y = 1,5x$$

- 82.** A partir de la observación de la gráfica de la función siguiente, indica cuál es su dominio de definición, sus puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos en los que alcanza máximos y mínimos:



- 83.** Traza la gráfica de una función que sea creciente en el intervalo $(0,1)$ y decreciente en el intervalo $(1,2)$, y que sea periódica de periodo 2 a lo largo de todo el eje X .

84.

Traza la gráfica de una función que pase por el origen, que tenga un mínimo en el punto $(1, -1/2)$ y un máximo en el punto $(-1, 1/2)$ y que sea simétrica con respecto del origen.



3.5. Estadística y probabilidad

85.

Para cada uno de los casos siguientes, indica de qué tipo de variable estadística se trata, discreta o continua:

a) Altura en cm de un grupo de alumnos de 3º de ESO.

b) Número de personas que viven en cada vivienda de un bloque de pisos.

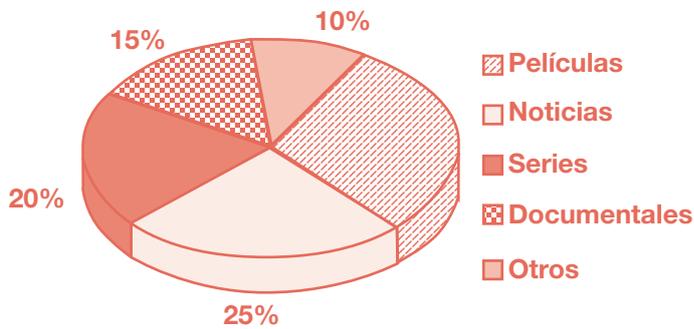
c) Número de goles que se han marcado en cada partido de fútbol en una jornada de liga.

d) Temperatura máxima, en grados centígrados, que se ha dado cada día del mes de junio.

e) Tiempo semanal que dedica a hacer deporte cada alumno de un instituto.

f) Altura en metros de cada edificio del casco histórico de Madrid.

86. Una empresa de publicidad está haciendo un estudio sobre los programas de televisión más vistos. Elegidas 120 personas al azar, se les ha preguntado sobre el tipo de programas que más les gustan. Los porcentajes de las respuestas se han representado en el siguiente diagrama de sectores:



- En el gráfico no aparece el porcentaje correspondiente a las personas a las que gustan más las películas, ¿cuál es?
- A partir de los porcentajes, calcula cuántas personas, de las 120, han respondido por cada uno de los tipos de programas que más les gustan.

87. La profesora de Inglés ha hecho un examen en un grupo de 3° de ESO. Además de la nota del examen, ha considerado para calificar a los alumnos, notas de clase, trabajos, etc. La profesora ha anotado los resultados que ha obtenido cada alumno en la tabla siguiente:

1,5	2	7,5	9,5	10	5	3,7	8
6	2,7	1	4,3	6,3	5,5	8	7
3	6	8	5,4	6	6,2	6,8	4,5

- Agrupar los datos en cinco intervalos de igual longitud desde 0 hasta 10 y hacer una tabla de frecuencias, con las correspondientes marcas de clase. (En cada intervalo, excepto en el último en el que entran los dos, entra el extremo de la izquierda pero no el extremo de la derecha).

- Calcular la media de los datos agrupados y representarlos mediante un histograma.

88. Completa los huecos que faltan en la tabla siguiente:

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por ciento
1	4	0,1	10%
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	15%
3	11	<input type="text"/>	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	0,275	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	15%
6	<input type="text"/>	0,05	<input type="text"/>

89. Para cada una de las tablas de frecuencias siguientes, calcula la media, la mediana, la moda y los cuartiles:

a) Datos	Frecuencia absoluta
0	3
1	4
2	10
3	8
4	7

b) Datos	Frecuencia absoluta
10	8
11	10
12	11
13	11
14	7

90. Un experimento determinista es aquel cuyo resultado se puede predecir de antemano, siempre que se reproduzca en las mismas condiciones, y un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado depende del azar. En los siguientes experimentos, indica cuál es determinista y cuál es aleatorio:

a) Lanzamos una moneda y anotamos si sale cara o cruz.

b) Dejamos caer una pelota desde 2 metros de altura.

c) Lanzamos un dado con seis caras numeradas del 1 al 6.

d) Lanzamos un dado con seis caras iguales y todas ellas con un 2.

91. Describe el espacio muestral de cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

a) Lanzamos una moneda.

b) Lanzamos un dado de seis caras numeradas del 1 al 6.

c) En una bolsa que contiene 3 bolas, una roja una azul y otra verde, sacamos una de las tres al azar.

d) Tiramos una moneda reiteradamente hasta que salga cara por primera vez.

92. Tiramos una moneda y un dado. ¿Qué es más probable sacar cara con la moneda o sacar un número par en el dado?

93. Tiramos dos dados, numerados del 1 al 6, y sumamos la puntuación. ¿Qué es más probable, obtener suma 2 u obtener suma 3?

94. En un instituto hay matriculados en total 600 estudiantes que están distribuidos por los diferentes cursos según la tabla siguiente:

1° ESO	2° ESO	3° ESO	4° ESO	1° Bachillerato	2° Bachillerato
150	145	120	100	45	40

Elegimos a un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que resulte ser:

a) De 1° de ESO.

b) De 3° de ESO.

c) De 2° de Bachillerato.

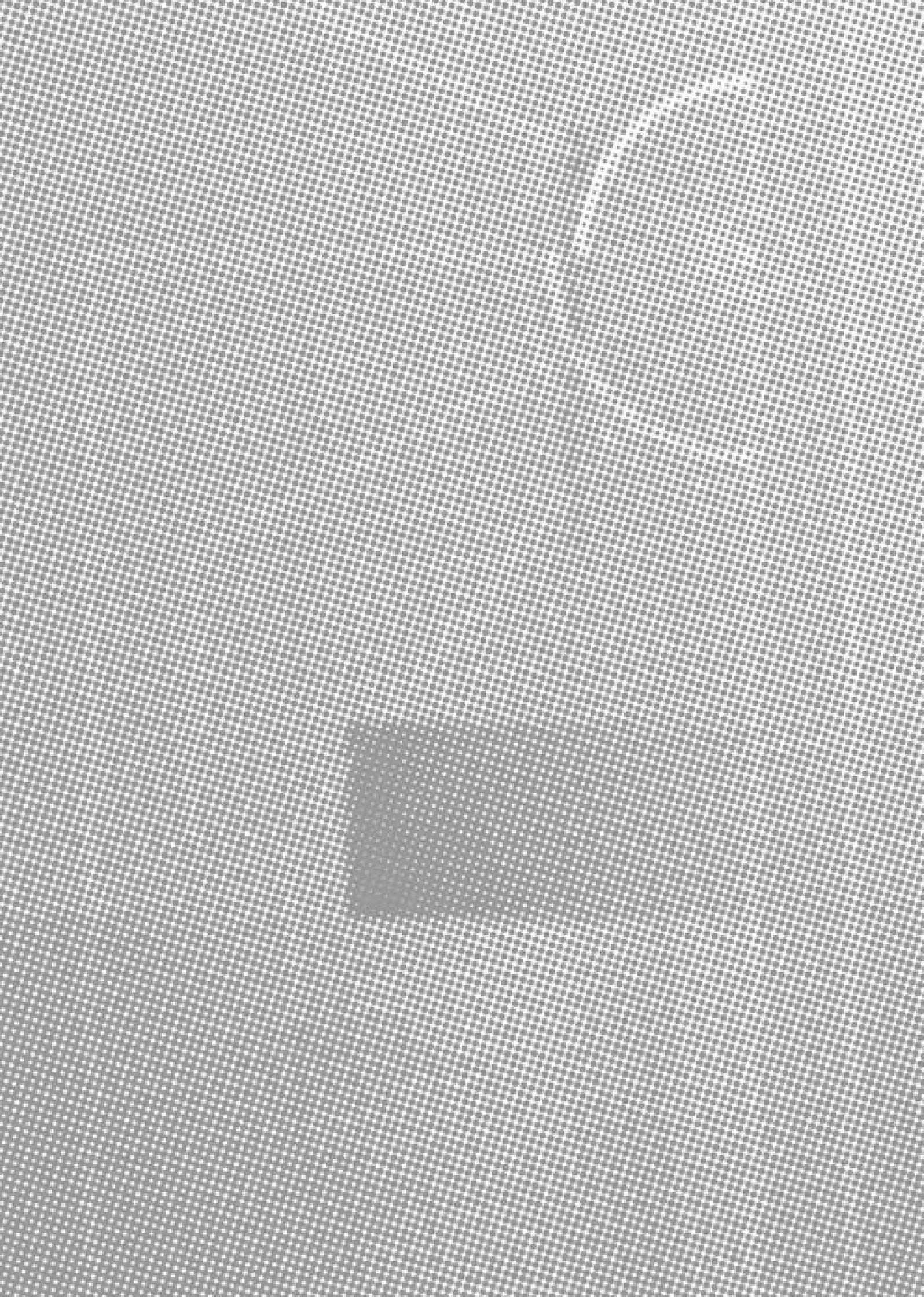
d) De ESO.

e) De Bachillerato.

95. Un dado tiene seis caras, de las cuales, una está etiquetada con la letra A, dos tienen la letra B y tres de ellas tienen la letra C. Tiramos el dado.

a) Describe el espacio muestral. ¿Son todos los sucesos del espacio muestral equiprobables?

b) Calcula la probabilidad de que se dé cada uno de los sucesos que componen el espacio muestral.



Segunda Parte:
Material para el Profesor
Solucionario

1. Primero de ESO

1.1. Números, medidas y operaciones

1.1.1. Números naturales y enteros

1. Escribe en números romanos las siguientes cantidades:

a) 43

XLIII

b) 149

CXLIX

c) 2.165

MMCLXV

d) 1.306

MCCCVI

2. Escribe en el sistema decimal estos números romanos:

a) XXVI

26

b) XCII

92

c) MCCLXX

1.270

d) CLX

160

3. Completa la tabla siguiente:

Número	Millares	Centenas	Decenas	Unidades
5.720	5	7	2	0
13.783	13	7	8	3
32.784	32	7	8	4
9.401	9	4	0	1

4. Resuelve las operaciones siguientes empezando por las de los paréntesis:

a) $30 - 2 \cdot (5 + 7) = 6$

b) $3 \cdot 4 - 6 \cdot (10 - 4 \cdot 2) = 0$

c) $15 + 4 \cdot (3 + 5 \cdot 3 - 6 \cdot 2) = 39$

d) $8 + 7 \cdot 2 - 3 \cdot (9 - 5) + 3 \cdot 4 = 22$

5. Halla los cinco primeros múltiplos de los números siguientes:

a) 25

25,
50,
75,
100,
125

b) 11

11,
22,
33,
44,
55

c) 7

7,
14,
21,
28,
35

d) 21

21,
42,
63,
84,
105

e) 60

60,
120,
180,
240,
300

f) 53

53,
106,
159,
212,
265

6. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 2, por 3, por 5, por 9, y por 11:

a) 236

por 2

b) 990

por 2, 3, 5, 9 y 11

c) 3.756

por 2 y 3

d) 1.360

por 2 y 5

e) 135

por 3, 5 y 9

f) 396

por 2, 3, 9 y 11

7. Calcula todos los divisores de los números siguientes. ¿Cuál de ellos es primo?

a) 12 1, 2, 3, 4, 6 y 12

b) 48 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 y 48

c) 56 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28 y 56

d) 47 1 y 47. Primo

8. Podemos separar un grupo de 30 cartas en 2 montones de 15 cartas cada uno. Describe todas las formas posibles de separar las 30 cartas en montones de igual número.

Se puede separar en 1 montón de 30 cartas, en 2 montones de 15 cartas, en 3 montones de 10 cartas, en 5 montones de 6 cartas, en 6 montones de 5 cartas, en 10 montones de 3 cartas, en 15 montones de 2 cartas y en 30 montones de 1 carta.

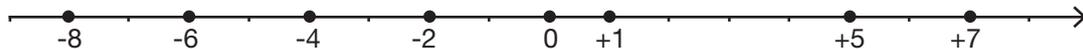
9. En una papelería se han apilado cajas de bolígrafos, de un grosor de 35 mm, hasta alcanzar la misma altura que otra pila de cajas de borradores, de 20 mm de grosor. ¿Cuál es la altura de ambas pilas? Busca, al menos, tres soluciones.

Por ejemplo, 140 mm, 280 mm y 420 mm. Es decir, múltiplos comunes a 35 y 20.

10. Ordena de menor a mayor los siguientes números y represéntalos sobre una recta:

-6, +5, +1, -2, 0, -8, +7, -4

$-8 < -6 < -4 < -2 < 0 < +1 < +5 < +7$



11. Sabiendo que cada piso de un edificio tiene 3,5 metros de altura, calcula:

a) La distancia entre el suelo de la planta cero y el techo de la quinta planta

21 m

b) La distancia entre el suelo de la planta -3 y el techo de la novena planta

45,5 m

c) La distancia entre el suelo de la planta -4 y el techo de la planta -1

14 m

12.

Haz las operaciones siguientes con números enteros:

- a) $13 - (9 + 5)$ = -1
- b) $(5 - 7) - (11 - 4 + 2)$ = -11
- c) $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)]$ = +8
- d) $(2-8) + (5-7) - (-9+6) - (-5+7)$ = -7
- e) $(-3) \cdot [(-9) - (-7)]$ = +6
- f) $[(-9) - (+6)] : (-5)$ = +3
- g) $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)]$ = +2
- h) $(+4) \cdot (-6) - (-15) - (+2) \cdot (-7)$ = +5

13.

Expresa con una sola potencia las expresiones siguientes:

- a) $3^5 \cdot 3^4$
 $3^5 \cdot 3^4 = 3^9$
- b) $(m^2 : m^2) \cdot m^3$
 $(m^2 : m^2) \cdot m^3 = m^3$
- c) $x^2 : (x^4 : x^2)$
 $x^2 : (x^4 : x^2) = x^0 = 1$
- d) $(y^2)^3 : y^4$
 $(y^2)^3 : y^4 = y^2$
- e) $(4^2)^5 : 4^6$
 $(4^2)^5 : 4^6 = 4^4 = 2^8$
- f) $(9^2)^3 \cdot 9$
 $(9^2)^3 \cdot 9 = 9^7 = 3^{14}$
- g) $3^0 \cdot 3 \cdot 3^5$
 $3^0 \cdot 3 \cdot 3^5 = 3^6$
- h) $(2^3 \cdot 2) : (2^2)^2$
 $(2^3 \cdot 2) : (2^2)^2 = 1$
- i) $\frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 2}{2^5}$
 $\frac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 2}{2^5} = 2^2$
- j) $\frac{3^3 \cdot 5^3}{7^3}$
 $\frac{3^3 \cdot 5^3}{7^3} = \left(\frac{15}{7}\right)^3$
- k) $1^3 \cdot 1^3 \cdot 4^3$
 $1^3 \cdot 1^3 \cdot 4^3 = 4^3 = 2^6$
- l) $\left((2^4)^{12}\right)^0$
 $\left((2^4)^{12}\right)^0 = 2^0 = 1$

14.

Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números:

- a) 1.235.048
 $10^6 + 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8$
- b) 537.870
 $5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10$
- c) 3.050.709
 $3 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 9$
- d) 12.406
 $10^4 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6$

15. Calcula el valor de la letra en cada apartado:

a) $10^x = 10.000$

$x=4$

b) $10^7 = x$

$x=10.000.000$

c) $10^x = 0,0001$

$x=-4$

d) $(10^2)^x = 1.000.000$

$x=3$

16. Sergio tiene cuatro cajas llenas de jarras. Cada caja tiene cuatro filas y cada fila contiene cuatro jarras. ¿Cuántas jarras hay en total?

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ jarras

17. En Japón cada persona come, por término medio, 42 kg de pescado al año:

a) Si hay 40 millones de personas, ¿cuántos kilogramos de pescado se comerán al año?

$40.000.000 \times 42 = 1.680.000.000$ kg

b) Si se comieran al año 2.000.000.000 kg, ¿cuántos kilos más debería comer cada persona?

$2.000.000.000 : 40.000.000 = 50$ kilos al año, es decir, $50 - 42 = 8$ kg más debería comer cada persona.

18. Una finca rectangular mide 187 metros de largo por 87 metros de ancho. Se desea cercar con una valla de alambre que se vende en rollos de 200 metros, a 24 € el rollo. ¿Cuántos rollos se necesitan y cuánto dinero cuesta cercar la finca?

3 rollos (sobran 52 metros de alambre). Cercar la finca cuesta 65,76 €

19. Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

a) -3

$|-3|=3$

b) 89

$|89|=89$

c) 0

$|0|=0$

d) -345

$|-345|=345$

e) 3

$|3|=3$

f) -10

$|-10|=10$

20. Calcula entre qué números naturales están las siguientes raíces :

a) $\sqrt{56}$

$7 < \sqrt{56} < 8$

b) $\sqrt{48}$

$6 < \sqrt{48} < 7$

c) $\sqrt{88}$

$9 < \sqrt{88} < 10$

d) $\sqrt{105}$

$10 < \sqrt{105} < 11$

21. Calcula las siguientes raíces cuadradas:

a) $\sqrt{121}$

11

b) $\sqrt{400}$

20

c) $\sqrt{144}$

12

d) $\sqrt{196}$

14

e) $\sqrt{10.000}$

100

22. Realiza los cálculos necesarios para contestar las siguientes preguntas :

a) Una persona nació el año 23 a.C. y murió el 31 d.C. ¿A qué edad murió?

A los 54 años.

b) Una persona nació el año 12 a.C. y murió con 55 años ¿Cuál fue el año de su muerte?

43 d.C.

c) Una persona murió el año 32 a.C. a los 40 años de edad. ¿En qué año nació ?

72 a.C.

1.1. 2. Fracciones y decimales

23. Escribe cómo se leen estos números:

Número	Lectura
0,72	Setenta y dos centésimas
53,6	Cincuenta y tres enteros y seis décimas
4,307	Cuatro enteros y trescientas siete milésimas
2,0028	Dos enteros y veintiocho diezmilésimas
304,5	Trescientos cuatro enteros y cinco décimas

24. Escribe con cifras:

Lectura	Número
Cuatro enteros y setecientos treinta y cinco milésimas	4,735
Cuarenta enteros y dieciocho diezmilésimas	40,0018
Seis enteros y setenta y cinco centésimas	6,75
Doscientos enteros y cuarenta y tres cienmilésimas	200,00043
Diez enteros y treinta y dos milésimas	10,032

25. Completa el siguiente recuadro:

Número decimal	Producto por potencia de 10	Expresión	Resultado
23,45	$23,45 \cdot 10^2$	23,45·100	2.345
0,00016	$0,00016 \cdot 10^4$	0,00016·10.000	1,6
33,76	$33,76 \cdot 10^5$	33,76·100.000	3.376.000
0,0000072	$0,0000072 \cdot 10^7$	0,0000072·10.000.000	72
123,006	$123,006 \cdot 10^6$	123,006·1.000.000	123.006.000

26. Ordena los siguientes números decimales de mayor a menor:

0,0028; 0,28; 0,25; 1,05; 0,009; 1,02; 10,025; 1,1

10,025 > 1,1 > 1,05 > 1,02 > 0,28 > 0,25 > 0,009 > 0,0028

27. Coloca un número decimal entre cada pareja:

a) 2,5 y 2,52	b) 0,012 y 0,02	c) 1,034 y 1,04	d) 3,007 y 3,1
2,51	0,017	1,038	3,008

28. Redondea los siguientes decimales aproximando a la cifra que se indica:

Nº decimal	Décima	Centésima	Milésima
0,0277	--	0,03	0,028
8,5973	8,6	8,60	8,597
4,00921	--	4,01	4,009
1,6789	1,7	1,68	1,679
12,483	12,5	12,48	--

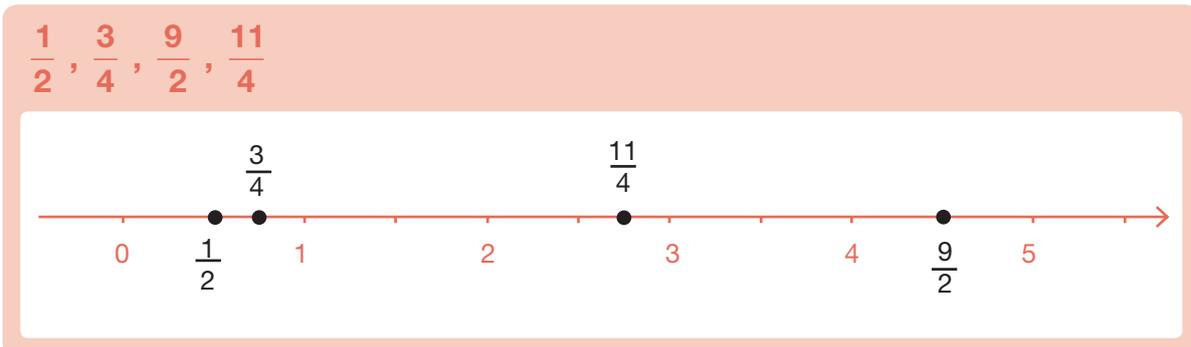
29. Calcula el número decimal correspondiente a cada fracción:

a) $\frac{1}{100}$ 0,01	b) $\frac{2}{5}$ 0,4	c) $\frac{13}{4}$ 3,25
d) $\frac{23}{10}$ 2,3	e) $\frac{1.456}{1.000}$ 1,456	f) $\frac{1}{25}$ 0,04

30. Sitúa el valor de cada fracción entre dos números naturales consecutivos:

a) $\frac{12}{5}$ $2 < \frac{12}{5} < 3$	b) $\frac{35}{10}$ $3 < \frac{35}{10} < 4$	c) $\frac{23}{4}$ $5 < \frac{23}{4} < 6$
d) $\frac{37}{10}$ $3 < \frac{37}{10} < 4$	e) $\frac{453}{100}$ $4 < \frac{453}{100} < 5$	f) $\frac{35}{8}$ $4 < \frac{35}{8} < 5$

31. Representa las siguientes fracciones en esta recta numérica:



32. Ordena de menor a mayor este conjunto de fracciones y decimales:

$$2,5; \frac{3}{4}; \frac{7}{2}; 0,1; \frac{11}{100}; \frac{5}{6}; 3,07; \frac{8}{3}; 0,2; \frac{9}{8}$$

$$0,1 < \frac{11}{100} < 0,2 < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{9}{8} < 2,5 < \frac{8}{3} < 3,07 < \frac{7}{2}$$

33. Completa el siguiente recuadro buscando fracciones equivalentes:

Fracción	Con términos mayores	Con términos menores	Fracción irreducible
$\frac{12}{30}$	$\frac{24}{60}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{24}{18}$	$\frac{240}{180}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{25}{50}$	$\frac{100}{200}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{30}{42}$	$\frac{90}{126}$	$\frac{10}{14}$	$\frac{5}{7}$

34. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado como fracción irreducible:

a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} + \frac{6}{10}$

$$\frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

b) $\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

c) $\frac{13}{6} + \frac{9}{6} - \frac{7}{6} - \frac{1}{6}$

$$\frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

d) $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{4}$

$$\frac{30}{360} = \frac{1}{12}$$

e) $\frac{8}{5} : \frac{6}{10}$

$$\frac{80}{30} = \frac{8}{3}$$

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} : \frac{5}{6}$

$$\frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

35. De un rollo de cuerda de 60 metros se han usado los $\frac{2}{3}$. ¿Cuántos metros quedan sin usar?

20 metros.

- 36.** De un depósito de agua se han sacado los $\frac{3}{5}$ de su contenido. Si quedan todavía 600 litros dentro, ¿cuál es la capacidad del depósito?

1.500 litros.

1.1.3. Porcentajes y proporcionalidad

- 37.** Completa la siguiente tabla

Porcentaje	Fracción	Número Decimal
18%	$\frac{18}{100}$	0,18
3%	$\frac{3}{100}$	0,03
25%	$\frac{25}{100}$	0,25
1%	$\frac{1}{100}$	0,01
10%	$\frac{10}{100}$	0,1

- 38.** En las últimas elecciones celebradas en una ciudad han acudido a votar 16.500 personas. Si el índice de participación ha sido del 66%, ¿cuál era el número de votantes inscritos?

25.000 votantes

- 39.** En nuestro instituto se habían matriculado el curso pasado 520 alumnos. Si este año se han matriculado 598 alumnos, ¿cuál ha sido el aumento porcentual en la matrícula?

15%

- 40.** Explica si las siguientes parejas de magnitudes son o no proporcionales:

- La altura de una persona y su edad.
- El perímetro de un cuadrado y la longitud de su lado.
- El caudal de un río y la temperatura del agua.
- Distancia que recorre un coche y tiempo que tarda en llegar, si circula siempre a la misma velocidad.
- Precio y cantidad.

Son proporcionales b, d, e.

41. Completa las siguientes tablas de datos:

a) Un ciclista.

x (tiempo en segundos)	0	10	20	30	40	50	60
y (distancia en metros)	0	90	180	270	360	450	540

b) En el mercado.

X (número de kilos de peras)	1	3	4	5	10	12	20
y (precio total en euros)	1,5	4,5	6	7,5	15	18	30

42. Al comprar una televisión que cuesta 720 € me hacen un descuento del 10% y debo pagar el IVA, que supone un 16% de aumento. ¿Qué me resulta más rentable, calcular antes el IVA y después el descuento o al revés?

Da el mismo resultado.

43. Un atleta ha recorrido 42 kilómetros en las tres primeras horas de carrera. ¿Cuánto tardará, si mantiene la misma velocidad media, en recorrer los 21 km que faltan para llegar a la meta?

Tardará una hora y media

1.1.4. Medida de magnitudes

44. Expresa en metros las siguientes medidas de longitud:

a) 8 hm

800 m

b) 14 cm

0,14 m

c) 2,5 km

2.500 m

d) 6 mm

0,006 m

45. Ordena de menor a mayor las siguientes medidas de superficie:

2.500 m²; 0,08 km²; 27.000 cm²; 240.000 dm²; 0,08 hm² y 2,20 dam²

27.000 cm² < 2,20 dam² < 0,08 hm² < 240.000 dm² < 2.500 m² < 0,08 km²

46. Completa la siguiente tabla usando las unidades indicadas:

Forma compleja	Forma incompleja	Unidades
3 hg 8 dag 5 dg	380,5 g	En gramos
576 dm ³ 836 cm ³ 11 mm ³	576.836,011 cm ³	En cm ³
25 dam ² 5dm ²	2.500,05 m ²	En m ²
2 hl 7 dal 4 cl	270,04 l	En litros
5 hm 4 dam 6 m 2 cm 3 mm	546,023 m	En metros

47. Realiza las siguientes operaciones con medidas de ángulos y expresa el resultado en notación compleja

a) $5^\circ 42' 35'' + 16^\circ 35' 32''$

22° 18' 7"

b) $5^\circ 12' 35'' - 3^\circ 24' 52''$

1° 47' 43"

48. a) Expresa en horas 2 h 15 min 54 s.
b) Expresa en horas, minutos y segundos 8.154 s.

a) 2,265 horas

b) 2 h 15 min 54 s

49. Antonio está llenando su piscina, que mide 8 m de largo, 5 m de ancho y 2,20 m de profundidad. Si en este momento hay en la piscina 46.400 litros, ¿cuántos litros faltan para que esté llena completamente?

41.600 litros.

50. Si la relación que existe entre el euro y el dólar americano es de 1 € por cada 1,5 dólares, ¿cuántos dólares nos pagarán si vamos al banco a cambiar 1.500 €?

2.250 euros.

1.2. Álgebra

51. Calcula el área de los triángulos que tienen como medidas a y b, siendo a la longitud de la base y b la de la altura:

Base a	Altura b	Área
3 cm	7 cm	10,5 cm ²
5,5 cm	6 cm	16,5 cm ²
2,5 cm	4,5 cm	5,625 cm ²

52. Expresa mediante lenguaje algebraico, indicando el significado de x:

a) La edad de un chico dentro de seis años.

$$x + 6 \text{ (x: edad actual)}$$

b) El anterior de un número entero.

$$x - 1 \text{ (x: número entero)}$$

c) Número de alumnos de una clase que han aprobado matemáticas si han suspendido 5.

$$x - 5 \text{ (x: alumnos de clase)}$$

d) El triple de un número más siete unidades.

$$3x + 7 \text{ (x: número)}$$

53. Desarrolla estos productos aplicando la propiedad distributiva:

a) $2 \cdot (x + y)$

$$2x + 2y$$

b) $3x \cdot (4 + y)$

$$12x + 3xy$$

c) $2a \cdot (3a - b + 2)$

$$6a^2 - 2ab + 4a$$

54. Sacar factor común en las siguientes expresiones:

a) $3x^2 + 6x + 9$

$$3 \cdot (x^2 + 2x + 3)$$

b) $7x + 14y$

$$7 \cdot (x + 2y)$$

c) $8x^2 - 4x + 12x^3$

$$4x \cdot (2x - 1 + 3x^2)$$

55. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 2,5 = 12$

$$x = 9,5$$

b) $13 + x = 6$

$$x = -7$$

c) $3x = 12$

$$x = 4$$

d) $\frac{x}{5} = 3$

$$x = 15$$

56. Plantea y resuelve una ecuación para cada uno de los siguientes enunciados:

a) Calcula un número que sumado a 5 sea igual a 18.

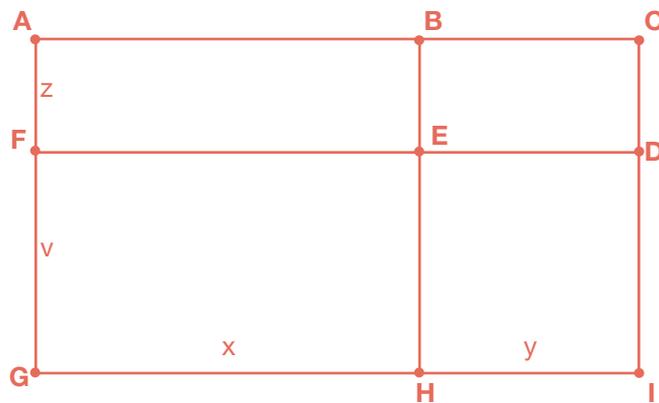
13

b) La tercera parte de las noticias que trae hoy el periódico son deportivas. ¿Cuántas noticias contiene el periódico si las deportivas son 13?

39

c) Nombra los nueve rectángulos de la figura y expresa el perímetro del mayor y el del más pequeño de ellos.

ACIG, ACDF, DFGI, ABEF, BCDE, DEHI, EFGH, ABHG, BCIH, Perímetro del mayor (ACIG): $= 2(x + y) + 2(v + z)$, Perímetro del menor (BCDE): $2y + 2z$



57. Una empresa de telefonía móvil cobra 15 céntimos por establecimiento de llamada y 8 céntimos por minuto de duración de la llamada.

a) Expresa mediante una expresión algebraica el precio en euros para una llamada de x minutos.

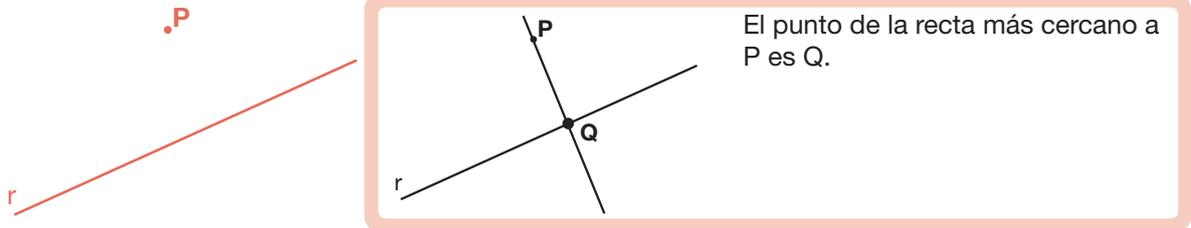
$0,15 + 0,08x$

b) Calcula el precio de una llamada de dieciocho minutos de duración.

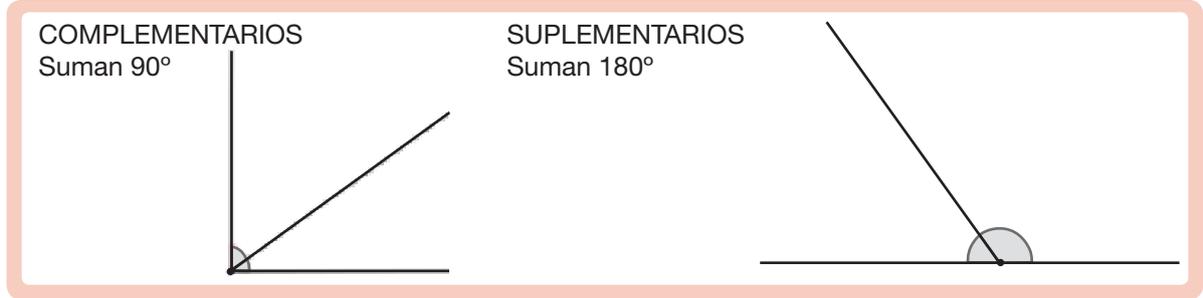
1,59 €

1.3. Geometría

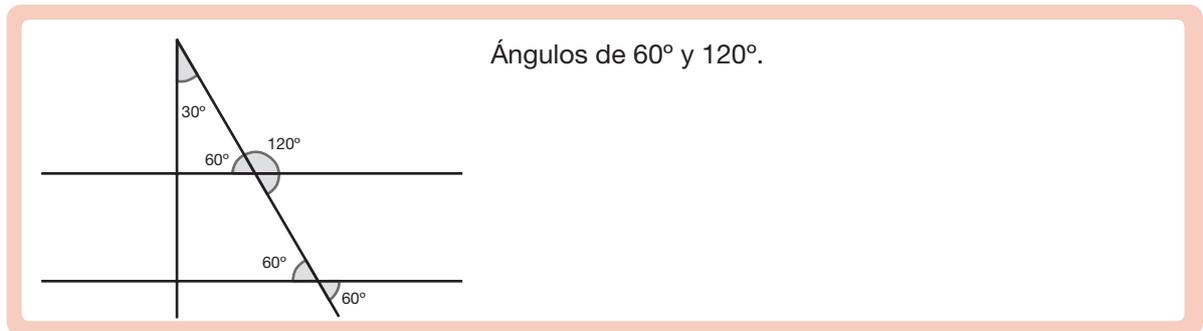
58. ¿Cómo mides la distancia de un punto P a una recta r? Haz el dibujo y mide dicha distancia. ¿Qué punto de la recta es el más cercano al punto P?



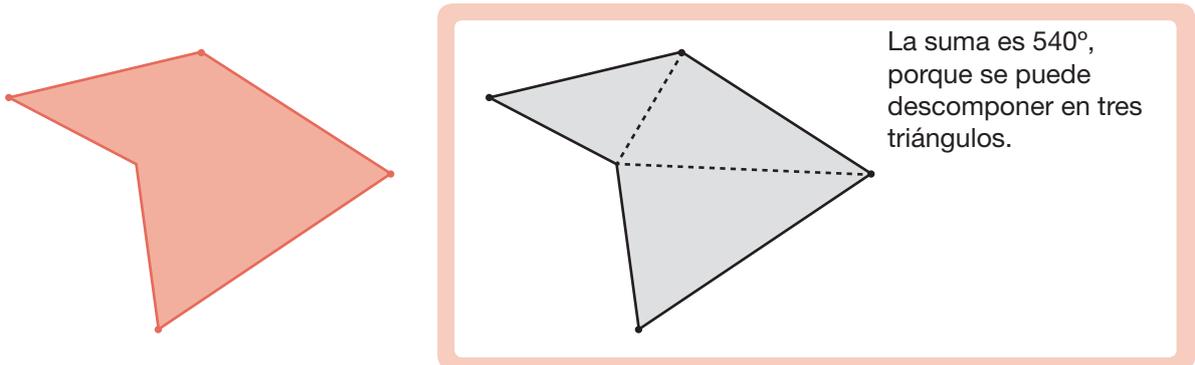
59. Dibuja dos ángulos complementarios entre sí y dos suplementarios entre sí. Toma en cada caso sus medidas con un transportador y comprueba el valor de su suma.



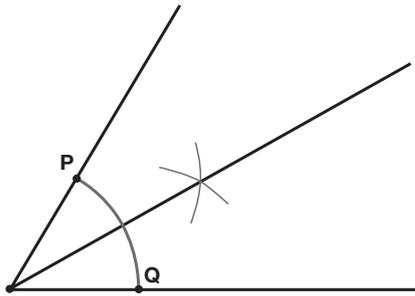
60. Dibuja el siguiente plano: La calle Verde es perpendicular a las calles Azul y Amarilla. La calle Roja forma un ángulo de 30° con la calle Verde. ¿Qué ángulos forma la calle Roja con la calle Azul? ¿Y con la Amarilla?



61. ¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de este polígono? ¿Por qué?

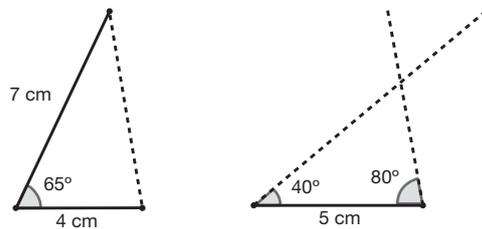


62. Dibuja con regla y compás un ángulo y su bisectriz. ¿Qué propiedad cumplen todos los puntos de la bisectriz?



Todos los puntos equidistan de los lados del ángulo.

63. a) Dibuja el triángulo que tiene dos lados de 4 cm y 7 cm y el ángulo que forman mide 65° .
b) Dibuja el triángulo que tiene un lado de 5 cm y tal que los ángulos contiguos miden 40° y 80° .



64. Contesta razonadamente:

a) ¿Cuántos ángulos obtusos puede tener un triángulo? ¿Por qué?

Uno, porque dos obtusos suman más de 180° .

b) ¿Puede ser un triángulo obtusángulo y rectángulo? ¿Por qué?

No, porque la suma de un ángulo obtuso y un recto es más de 180° .

c) ¿Puede tener un triángulo dos ángulos rectos? ¿Por qué?

No, porque ya sumarían 180° y no quedan grados para el tercero.

d) ¿Un triángulo puede ser rectángulo e isósceles?

Sí, con los dos catetos iguales.

65. Dibuja los siguientes polígonos, asigna letras a sus vértices y nombra los distintos elementos.

	TRIÁNGULO	RECTÁNGULO	TRAPECIO	PENTÁGONO
DIBUJO				
LADOS	AB-BC-CA	AB-BC-CD-DA	AB-BC-CD-DA	AB-BC-CD-DE-EA
DIAGONALES	No tiene	AC-BD	AC-BD	AC-AD-BD-BE-CE

66. Completa la siguiente tabla de cuadriláteros:

Nombre	Regular sí/no	Paralelogramo sí/no	Características: lados y ángulos
Cuadrado	sí	sí	lados y ángulos iguales
Rombo	no	sí	lados iguales y ángulos iguales dos a dos
Rectángulo	no	sí	lados iguales dos a dos y ángulos iguales
Romboide	no	sí	lados y ángulos iguales dos a dos
Trapezio	no	no	dos lados paralelos
Trapezoide	no	no	--

67. Contesta razonadamente:

a) ¿Existe un trapezio con un ángulo recto?

Sí, el trapezio rectángulo.

b) ¿Un rombo puede tener las diagonales iguales?

Sí, en cuyo caso es un cuadrado.

68. Sabiendo que un ángulo de un rombo mide 50° , halla los demás ángulos.

$50^\circ, 130^\circ, 130^\circ$

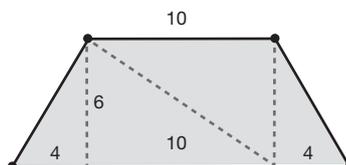
69. Sabiendo que un trapezio rectángulo tiene un ángulo de 140° , halla los restantes ángulos.

$90^\circ, 90^\circ, 40^\circ$

70. Calcula el área de los siguientes polígonos, primero descomponiendo en triángulos y después con la fórmula correspondiente

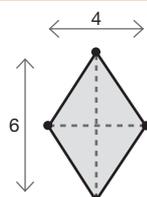
a) Trapezio isósceles de bases 10 y 18 dam y altura 6 dam.

a) 84 dam^2



b) Rombo de diagonales 4 y 6 m.

b) 12 m^2

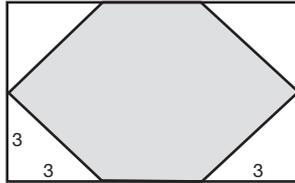


71. Javier quiere vallar su finca con una alambrada. La finca tiene forma rectangular y mide 50 m de largo y 30 m de ancho. Los lados menores lindan con otras fincas y el gasto se comparte con sus propietarios. Si cada rollo de alambrada mide 20 m y cuesta 170 €, calcula el gasto que tiene que realizar Javier.

1.105 €.

72. Si de un rectángulo de 9 cm de largo y 6 de ancho, cortamos en las cuatro esquinas un triángulo rectángulo de catetos de 3 cm, ¿qué área tiene la figura que resulta?

36 cm².



73. ¿Cuántos rollos de papel hay que comprar para empapelar una pared de 6 m de ancho por 2,80 m de alto, si cada rollo mide 50 cm de ancho y 10 m de largo?

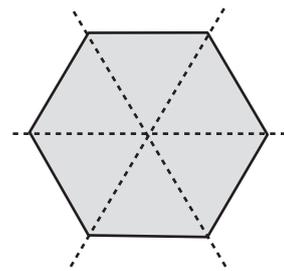
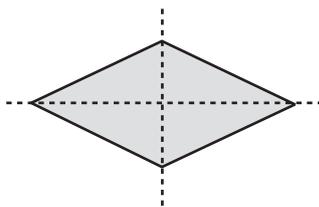
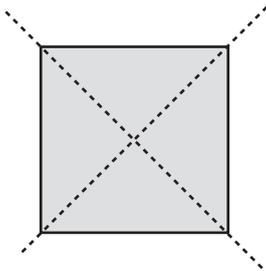
4 rollos.

74. ¿Cuáles de estos polígonos tienen, al menos, una diagonal como eje de simetría?

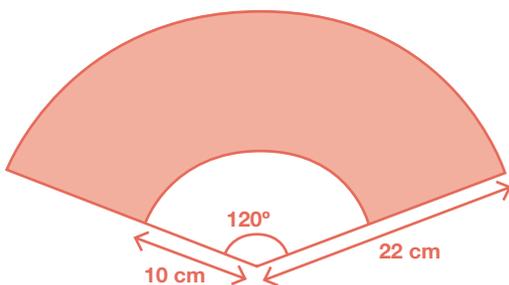
Cuadrado Sí Rombo Sí Rectángulo No

Pentágono regular No Hexágono regular Sí

Dibuja los casos en que la respuesta es afirmativa.

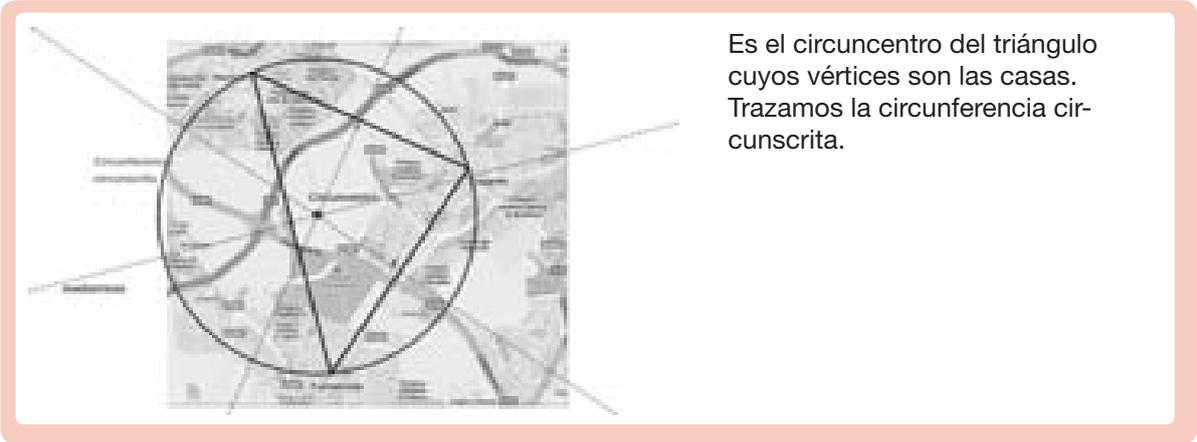


75. Calcula el área y el perímetro de la porción de tela de este abanico



Área= 402,12 cm²
Perímetro= 91,02 cm

- 76.** Tres amigos que viven en Leganés, Alcorcón y Fuenlabrada deciden quedar en un punto que esté a la misma distancia de sus tres casas. ¿Cómo calcular el lugar de la cita? ¿Cómo se llama en matemáticas ese punto? ¿Qué circunferencia puedes trazar con centro en dicho punto? Haz el dibujo.

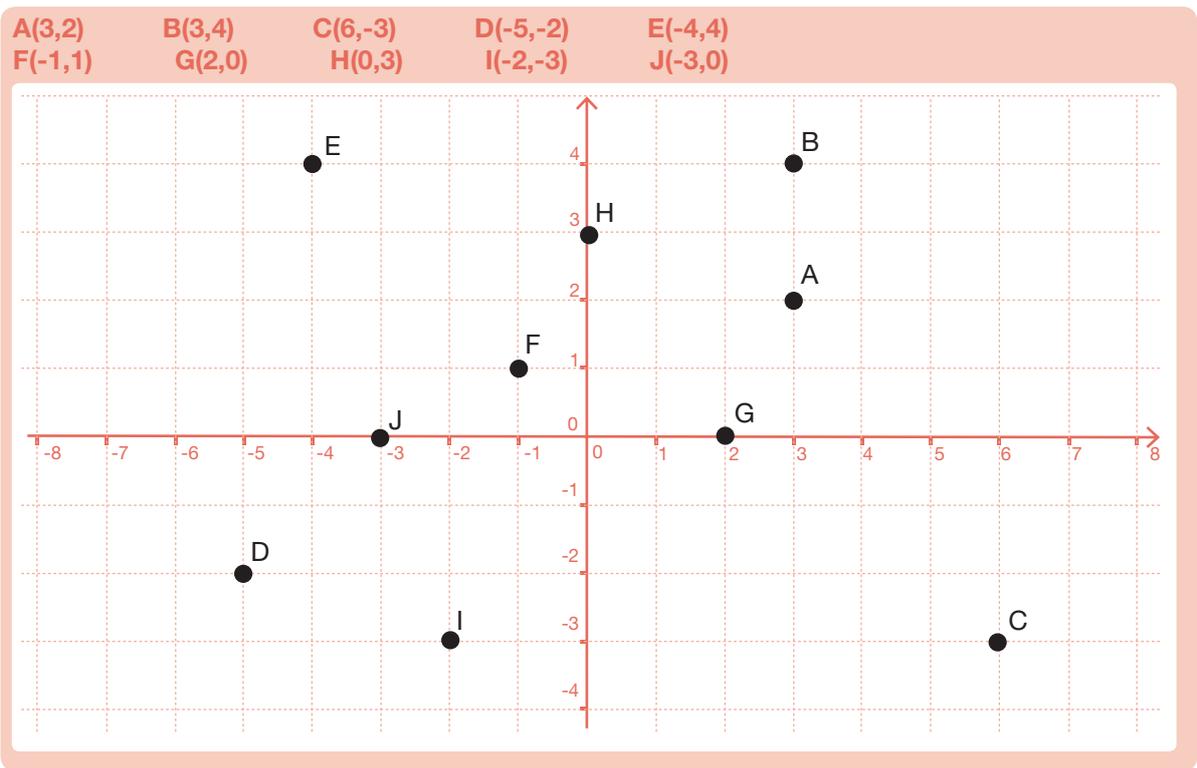


- 77.** ¿Cuántas vueltas da una rueda de 40 cm de radio para recorrer una distancia de 2.512 m?

1.000 vueltas.

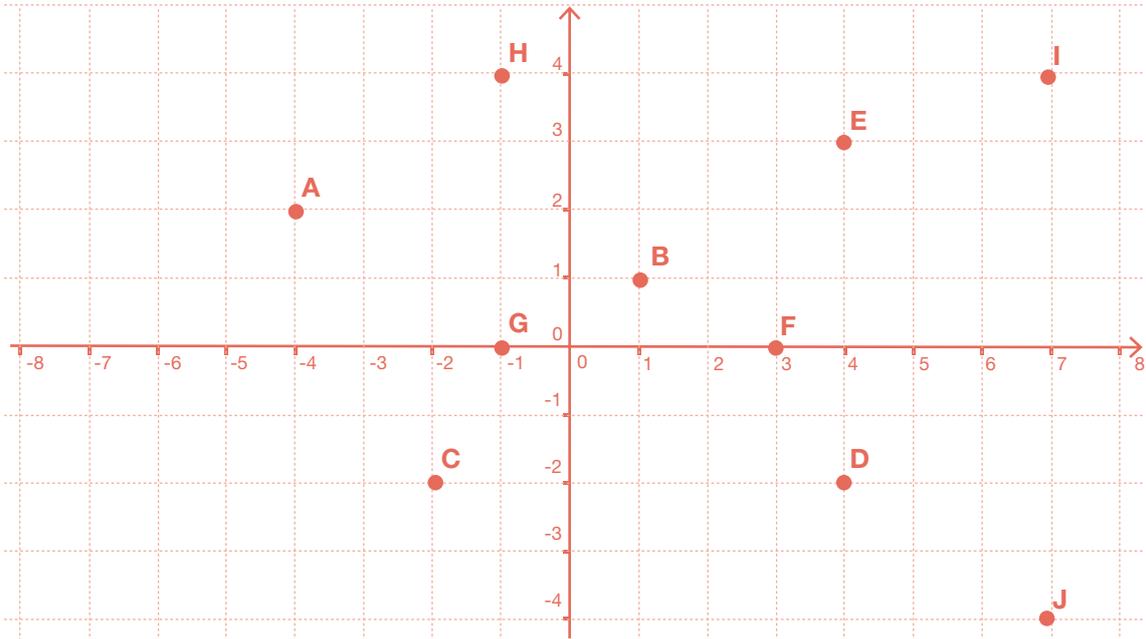
1.4. Tratamiento de la información. Gráficas

- 78.** Representa en el plano los siguientes puntos dados por sus coordenadas:



79.

En el plano siguiente se han representado algunos puntos. Escribe sus coordenadas.

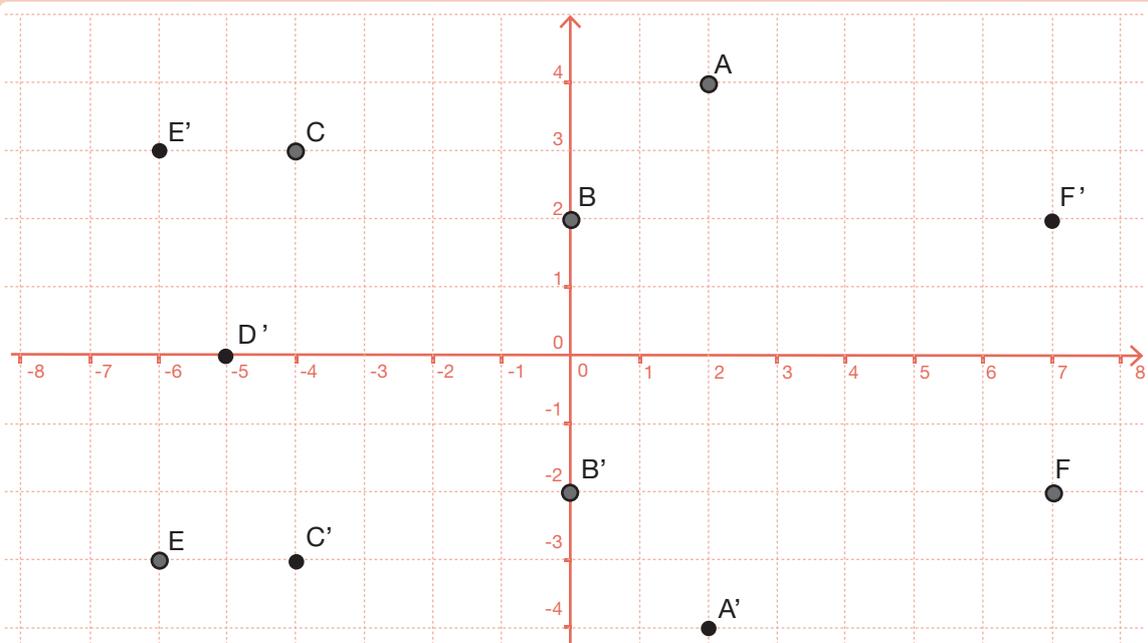


A(-4,2); B(1,1); C(-2,-2); D(4,-2); E(4,3); F(3,0); G(-1,0); H(-1,4); I(7,4); J(7,-4)

80.

Dibuja los siguientes puntos en unos ejes coordenados y encuentra las coordenadas de su simétrico con respecto del eje OX:

A(2,4); B(0,2); C(-4,3); D(-5,0); E(-6,-3); F(7,-2)

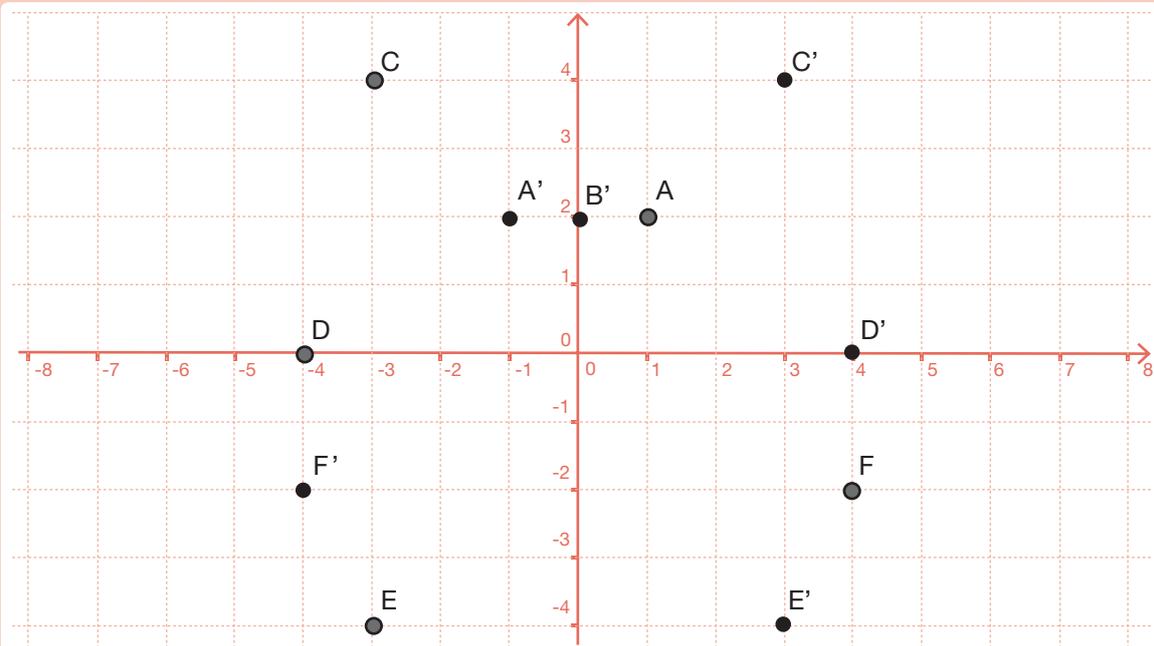


A'(2,-4); B'(0,-2); C'(-4,-3); D'(-5,0); E'(-6,3); F'(7,2).

81.

Dibuja los siguientes puntos en unos ejes coordenados y encuentra las coordenadas de sus simétricos con respecto del eje OY:

$A(1,2)$; $B(0,2)$; $C(-3,4)$; $D(-4,0)$; $E(-3,-4)$; $F(4,-2)$



$A'(-1,2)$; $B'(0,2)$; $C'(3,4)$; $D'(4,0)$; $E'(3,-4)$; $F'(-4,-2)$

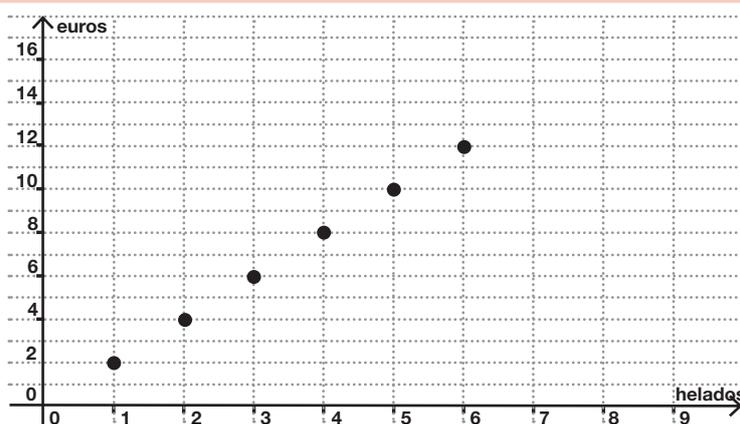
82.

Un helado cuesta 2 euros.

a) Haz una tabla en la que aparezcan relacionados: el número de helados en una columna y el importe total en otra (hasta seis helados).

Número de helados	Importe total
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12

b) Representa estos datos como puntos en unos ejes coordenados, en el eje horizontal, el número de helados; y en el vertical, el importe.

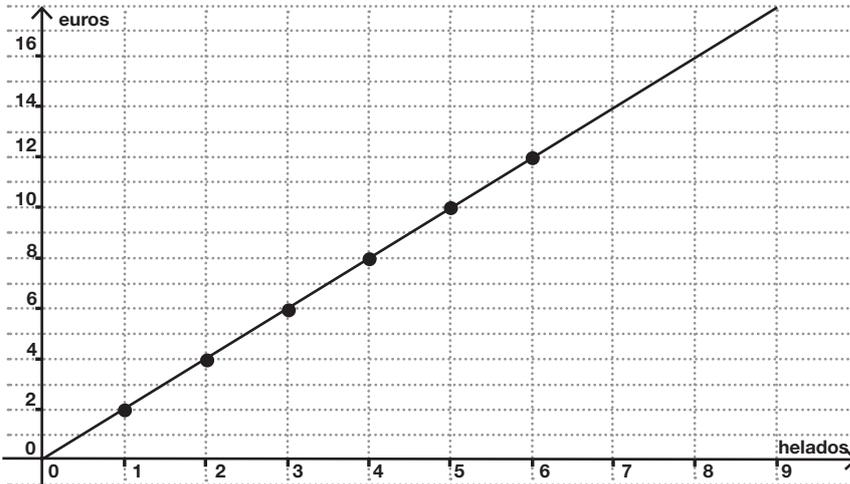


Continúa al ejercicio 82.

c) ¿Están alineados los puntos?

Sí.

d) Si los puntos están alineados, dibuja una recta que los contenga y comprueba que pasa por el origen.



e) Ayudándote de la gráfica, sin hacer operaciones, determina cuánto dinero te costaría invitar a tus 8 mejores amigos a un helado a cada uno.

El punto de la recta que tiene abscisas 8, tiene de ordenadas 16. Por tanto, el importe total es 16 euros.

83.

Sofía tiene fiebre. El médico le ha dicho que se tome la temperatura durante las próximas cinco horas y anote los resultados. Sofía ha anotado los resultados y ha construido con ellos la siguiente gráfica:



a) ¿Qué temperatura tiene Sofía en la primera medición?

b) ¿Qué temperatura tiene al cabo de una hora?

c) ¿En qué momentos ha alcanzado su valor máximo la fiebre?

Entre la segunda y la tercera hora.

d) Al cabo de tres horas, Sofía ha tomado un medicamento para que le baje la fiebre. Describe qué ha ocurrido durante las dos horas siguientes.

Durante la primera hora, después de tomar el medicamento, la fiebre ha bajado a 38°C y durante la segunda, ha bajado a 37°C.

84. De las siguientes variables estadísticas indica cuál es cualitativa y cuál es cuantitativa:

- a) Color de ojos.
- b) Número de personas que viven en cada casa.
- c) Calificación de la asignatura de Lengua en el último examen.
- d) Nota numérica de la asignatura de Lengua en el último examen.
- e) Talla de calzado de cada alumno de tu clase.
- f) Género literario de los libros que le gusta leer a cada alumno de tu clase.

85. En la primera evaluación he obtenido un 4, en la segunda he obtenido un 5,5. ¿Qué nota tengo que sacar en la tercera evaluación para que la media de las tres evaluaciones sea un 5? ¿Qué nota tendría que sacar para que fuese un 6?

5,5 para que la media sea 5. 8,5 para que la media sea un 6.

86. Natalia ha hecho una encuesta entre sus compañeros de clase preguntándoles cuántos hermanos son en su familia. Las respuestas que ha anotado son las siguientes:

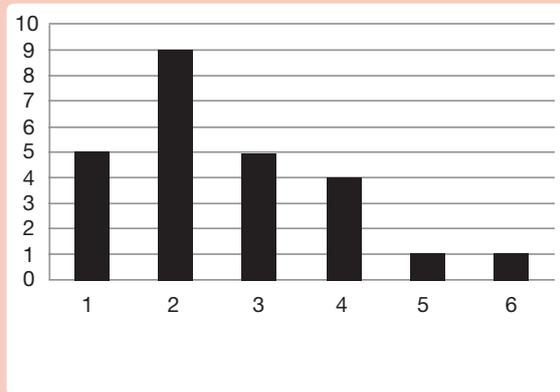
3 4 2 2 1
 1 3 5 2 2
 1 3 6 1 1
 2 2 2 4 3
 3 4 4 2 2

a) Los datos anteriores, ¿son cualitativos o cuantitativos?

b) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

Número de hermanos	Frecuencia
1	5
2	9
3	5
4	4
5	1
6	1

c) Representalos en un diagrama de barras.



d) Calcula la media.

- 87.** Raúl ha hecho una encuesta en su clase preguntando a sus compañeros cuál es su animal de compañía preferido. Con las respuestas ha elaborado la tabla siguiente:

animal de compañía	número de alumnos que lo prefieren
Perro	9
Gato	6
Canario	3
Hámster	2
Otros	3

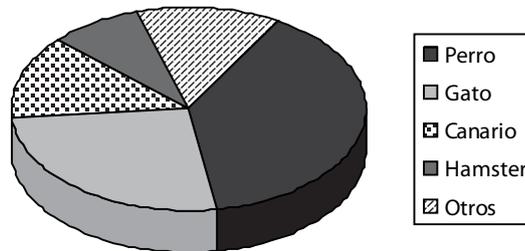
- a) ¿Cómo son estos datos, cualitativos o cuantitativos?

Cualitativos.

- b) ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Raúl?

23.

- c) Representa los datos anteriores en un diagrama de sectores.



- 88.** Yolanda ha hecho una encuesta en su clase y ha preguntado a cada uno de sus compañeros por el número de teléfonos móviles que utilizan entre todos los miembros de su familia. Las respuestas las ha organizado en una tabla de frecuencias y finalmente las ha representado en un diagrama de barras:



- a) ¿De qué tipo son los datos estadísticos con los que está trabajando Yolanda, cualitativos o cuantitativos?

Cuantitativos.

- b) ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Yolanda?

23.

- c) ¿Hay algún alumno en cuya familia no utilicen ningún teléfono móvil?

Sí, hay dos.

- d) Calcula la media de teléfonos móviles por familia de cada alumno de la clase de Yolanda.

Media = 1,91.

2. Segundo de ESO

2.1. Números, medidas y operaciones

2.1.1. Divisibilidad

1. Di cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos:

23, 39, 18, 27, 121, 53, 91, 147, 6, 123, 61, 19, 87, 47

Primos: 23, 53, 61, 19, 47

Compuestos: 39, 18, 27, 121, 91, 147, 6, 123, 87

2. Descompón en factores primos los números siguientes:

a) 270

$$2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

b) 924

$$2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$$

c) 72

$$2^3 \cdot 3^2$$

d) 1.100

$$2^2 \cdot 5^2 \cdot 11$$

e) 2.548

$$2^2 \cdot 7^2 \cdot 13$$

f) 1.000

$$2^3 \cdot 5^3$$

g) 1.575

$$3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

h) 693

$$3^2 \cdot 7 \cdot 11$$

3. Calcula todos los divisores de los siguientes números, a partir de su descomposición en factores primos:

a) 150 $150=2 \cdot 3 \cdot 5^2$ Divisores :1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150

b) 60 $60=2^2 \cdot 3 \cdot 5$ Divisores: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

c) 54 $54=2 \cdot 3^3$ Divisores: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

d) 196 $196=2^2 \cdot 7^2$ Divisores: 1, 2, 4, 7, 14, 28, 49, 98, 196

4. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes números, sin descomponerlos en sus factores primos:

a) m.c.d. (6, 9, 12) 3 b) m.c.d. (32, 40, 48) 8

c) m.c.d. (75, 90, 105) 15 d) m.c.d. (40, 180, 760) 20

e) m.c.m. (6, 9, 12) 36 f) m.c.m. (32, 40, 48) 480

g) m.c.m. (75, 90, 105) 3.150 h) m.c.m. (40, 180, 760) 6.840

5. Queremos envasar 125 latas de conserva de bonito y 175 latas de conserva de legumbres en cajas del mismo número de latas, pero sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias? ¿Cuántas latas irán en cada caja?

5+7=12 cajas y 25 latas.

6. Tres atletas recorren un circuito. El primero tarda 18 minutos en dar una vuelta completa, el segundo tarda 24 minutos y el tercero 36 minutos. Si han salido a la vez, ¿cuánto tiempo tardarán en coincidir de nuevo en la salida? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?

Tardarán 72 minutos. El primero habrá dado 4 vueltas, el segundo 3 vueltas y el tercero 2 vueltas.

2. 1. 2. Operaciones, potencias y raíces

7. Calcula las operaciones combinadas siguientes con números decimales:

a) $(7,2 + 2,8) : 2,5 =$	<input type="text" value="4"/>	b) $5,6 : (2,4 - 0,8) =$	<input type="text" value="3,5"/>
c) $(0,6 : 0,1) - (0,006 : 0,0001) =$	<input type="text" value="-54"/>	d) $1,9 + 2 \cdot (1,3 - 2,2) =$	<input type="text" value="0,1"/>
e) $(3,5 - 1,1) : (1,2 - 2 \cdot 0,3) =$	<input type="text" value="4"/>	f) $(1,1 - 3,6) : (8,4 : 2 + 0,8) =$	<input type="text" value="-0,5"/>

8. Calcula como en el ejemplo y observa la diferencia:

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$ $-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$

a) $(-2)^3 =$ <input type="text" value="-8"/>	$-2^3 =$ <input type="text" value="-8"/>	c) $(-5)^2 =$ <input type="text" value="+25"/>	$-5^2 =$ <input type="text" value="-25"/>
b) $(-3)^3 =$ <input type="text" value="-27"/>	$-3^3 =$ <input type="text" value="-27"/>	d) $(-4)^2 =$ <input type="text" value="+16"/>	$-4^2 =$ <input type="text" value="-16"/>

9. Opera usando las propiedades de las potencias:

a) $(-5)^4 \cdot (-2)^4 =$	<input type="text" value="10.000"/>	b) $(-18)^3 : (-6)^3 =$	<input type="text" value="27"/>
c) $\left[(-5)^3\right]^2 : (-5)^5 =$	<input type="text" value="-5"/>	d) $(-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot 2^6 =$	<input type="text" value="-2^{13} = -8.192"/>
e) $\frac{(-3)^4 \cdot 3^2 \cdot (-3)^0}{3^3 \cdot (-3)^2} =$	<input type="text" value="3"/>	f) $\left[(-5)^4 \cdot (-5)^3\right] : (-5)^5 =$	<input type="text" value="25"/>
g) $\left[(-3)^7 : (-3)^4\right] : (-3)^3 =$	<input type="text" value="1"/>	h) $(-8)^9 : 8^8 =$	<input type="text" value="-8"/>
i) $\frac{2^5 \cdot (-3)^3 \cdot (-2)^5 \cdot 3^7}{6^9} =$	<input type="text" value="6"/>	j) $\frac{(-2^3) \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^3}{2^3 \cdot (-2^2)^2} =$	<input type="text" value="-2^4 = -16"/>

10. Calcula el resultado de las operaciones combinadas con potencias:

a) $2^2 - 3^2 - (-3)^2 - 2 \cdot 3^2 - (3 - 2 \cdot 5)^2$	=	<input type="text" value="-81"/>
b) $(4 - 3^2)^2 - 2 \cdot 5^2 - (-3) - (-2)^2 - 2^2 - 3^3$	=	<input type="text" value="-57"/>
c) $9 - 3 \cdot \left[7 - 2 \cdot (-3)^2\right] - (4 \cdot 5 - 2^2) \cdot 3 - (-2)^3$	=	<input type="text" value="+2"/>

11. Opera con los números dados en notación científica y expresa el resultado en dicha notación:

a) $(3,6 \cdot 10^{11}) \cdot (4,5 \cdot 10^7) = 1,62 \cdot 10^{19}$

b) $(1,65 \cdot 10^{12}) \cdot (2,5 \cdot 10^{10}) = 4,125 \cdot 10^{22}$

c) $(6,1 \cdot 10^9) \cdot (1,8 \cdot 10^3) = 1,098 \cdot 10^{13}$

d) $(5,6 \cdot 10^9) : (2,8 \cdot 10^4) = 2 \cdot 10^5$

e) $(1,65 \cdot 10^7) : (2,5 \cdot 10^4) = 6,6 \cdot 10^2$

f) $(1,6 \cdot 10^8) : (6,4 \cdot 10^5) = 2,5 \cdot 10^2$

12. La velocidad de la luz es de 300.000 km/s. Expresa en notación científica los kilómetros que recorre en una hora, en un día y en un año.

En una hora: $1,08 \cdot 10^9$ km, en un día: $2,592 \cdot 10^{10}$ km y en un año: $9,4608 \cdot 10^{12}$ km.

13. Trunca y redondea los siguientes números decimales a las centésimas:

Número	Truncamiento	Redondeo
2,456	2,45	2,46
256,014	256,01	256,01
7,932	7,93	7,93
67,006	67,00	67,01
70,107	70,10	70,11

14. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $3x^2 - 27 = 0$ $x = \pm 3$

b) $4x^2 - 100 = 0$ $x = \pm 5$

c) $80 = 20x^2$ $x = \pm 2$

d) $-16x^2 = -64$ $x = \pm 2$

e) $-7x^2 + 112 = 0$ $x = \pm 4$

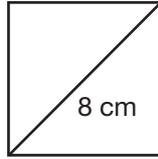
f) $-x^2 + 1 = 0$ $x = \pm 1$

15. ¿El cuadrado de un número puede ser negativo? Razona la respuesta, utilizando las potencias.

Nunca, pues un número positivo o negativo al estar elevado al cuadrado, siempre es positivo.

16. Calcula el lado de un cuadrado que tiene una diagonal de 8 cm. Aproxima el resultado a las centésimas.

$$\sqrt{32}=5,66 \text{ cm}$$



17. Calcula el lado de un cuadrado que tiene una superficie de 50 m².

$$\sqrt{50}=7,07 \text{ m}$$

2.1.3. Fracciones y decimales

18. Averigua cuáles de estos pares de fracciones son equivalentes hallando su valor decimal. Asegúrate, después, calculando los productos en cruz:

a) $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$

Equivalentes

b) $\frac{6}{4}$ y $\frac{9}{6}$

Equivalentes

c) $\frac{6}{8}$ y $\frac{5}{4}$

No equivalentes

19. Completa el término que falta en cada caso para que estos pares de fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{10}{x}$ y $\frac{7}{14}$

$x=20$

b) $\frac{x}{18}$ y $\frac{15}{45}$

$x=6$

c) $\frac{2}{10}$ y $\frac{5}{x}$

$x=25$

20. Completa la siguiente tabla con fracciones equivalentes:

Fracción	Por amplificación	Por simplificación	Fracción irreducible
$\frac{14}{4}$	$\frac{28}{8}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$
$\frac{30}{45}$	$\frac{60}{90}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{20}{32}$	No es posible	$\frac{5}{8}$
$\frac{35}{140}$	$\frac{70}{280}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{1}{4}$

21. Calcula las fracciones irreducibles según el ejemplo:

Fracción	Descomposición	Simplificación de factores comunes	Fracción irreducible
$\frac{45}{90}$	$\frac{3^2 \cdot 5}{2 \cdot 3^2 \cdot 5}$	$\frac{\cancel{3^2} \cdot \cancel{5}}{2 \cdot \cancel{3^2} \cdot \cancel{5}}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{36}{54}$	$\frac{2^2 \cdot 3^2}{2 \cdot 3^3}$	$\frac{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3^2}}{\cancel{2} \cdot 3^{\cancel{2}}}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{120}{180}$	$\frac{2^3 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}$	$\frac{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{2} \cdot 3^{\cancel{2}} \cdot \cancel{5}}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{60}{75}$	$\frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5^2}$	$\frac{2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot 5^{\cancel{2}}}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{121}{330}$	$\frac{11^2}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}$	$\frac{11^{\cancel{2}}}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cancel{11}}$	$\frac{11}{30}$

22. Ordena este grupo de fracciones de mayor a menor reduciéndolas, previamente, a común denominador:

$$\frac{3}{4}, \frac{7}{6}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9}, \frac{11}{18} \quad \frac{7}{6} > \frac{3}{4} > \frac{11}{18} > \frac{4}{9} > \frac{5}{12}$$

23. Halla la fracción inversa de cada una de éstas:

a) $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{4}$ b) $\frac{7}{2}$ $\frac{2}{7}$ c) $\frac{-2}{13}$ $\frac{13}{-2}$ d) $\frac{5}{-11}$ $\frac{-11}{5}$ e) $\frac{1}{12}$ 12

24. Realiza las siguientes operaciones, expresando el resultado con fracciones irreducibles:

a) $\frac{11}{3} - \frac{4}{9}$ b) $\frac{1}{20} + \frac{7}{30} + \frac{3}{10}$ c) $\frac{15}{4} \cdot \frac{8}{3}$ d) $\frac{14}{9} \div \frac{7}{3}$

e) $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \div \frac{3}{5}$ f) $\frac{2}{3} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} + 1\right)$ g) $-\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \div \frac{1}{4}$

a) $\frac{29}{9}$ b) $\frac{7}{12}$ c) 10 d) $\frac{2}{3}$

e) $-\frac{5}{12}$ f) $-\frac{41}{30}$ g) $-\frac{13}{3}$

25. Calcula las siguientes potencias:

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

$$\frac{16}{9}$$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$

$$\frac{81}{16}$$

c) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3$

$$\frac{1}{64}$$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^7 : \left(\frac{2}{5}\right)^5$

$$\frac{4}{25}$$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$

$$\frac{32}{243}$$

26. Ricardo leyó el lunes $\frac{1}{6}$ de un libro; el martes leyó $\frac{1}{4}$, y el miércoles, se entusiasmó y leyó las 140 páginas que le faltaban. ¿Cuántas páginas tiene ese libro?

240 páginas.

2.1.4. Porcentajes y proporcionalidad

27. Expresa los siguientes números decimales como fracciones y porcentajes:

a) 0,15

$$\frac{15}{100} \quad 15\%$$

b) 0,09

$$\frac{9}{100} \quad 9\%$$

c) 1,25

$$\frac{125}{100} \quad 125\%$$

d) 0,78

$$\frac{78}{100} \quad 78\%$$

28. Calcula las fracciones de las cantidades siguientes:

Fracción	Cantidad	Resultado
$\frac{3}{4}$ de	24	18
$\frac{25}{100}$ de	1.200	300
$\frac{2}{100}$ de	40	0,8
$\frac{18}{100}$ de	66	11,88
$\frac{75}{100}$ de	150	112,5

29. Completa la cantidad de la cual se ha calculado el porcentaje:

Porcentaje	Cantidad	Resultado
25%	80	320
20%	30	150
12%	120	1.000
35%	28	80
72%	360	500

30. Contesta a las siguientes cuestiones y completa la tabla:

a) Si después de subir un 12%, el precio de la barra de pan es de 56 céntimos, ¿cuál era el precio antes de la subida?

50 céntimos

b) Un embalse contenía la semana pasada 2.000.000 m³. Con las últimas lluvias, su contenido ha aumentado un 18%. ¿Cuántos metros cúbicos contiene ahora?

2.360.000 m³

c) Un pantalón, que antes de las rebajas costaba 80 euros, cuesta ahora 60. ¿Qué porcentaje supone el descuento?

25% de descuento

Apartado	Cantidad inicial	Cantidad final	Aumento/Disminución porcentual
a)	50 céntimos	56 céntimos	aumento 12%
b)	2.000.000 m ³	2.360.000 m ³	aumento 18%
c)	80 euros	60 euros	disminución 25%

31. Explica si estas parejas de magnitudes son o no proporcionales. En caso de que lo sean, diferencia las relaciones de proporcionalidad directa e inversa.

- a) Número de huevos y cantidad de leche necesaria para elaborar flanes.
- b) Número de alumnos de un grupo y número de aprobados.
- c) Distancia entre dos ciudades en un plano y distancia en la realidad.
- d) Velocidad de un coche y tiempo invertido en un trayecto.
- e) Número de gallinas de una granja y días que tardan en consumir una cierta cantidad de pienso.
- f) Número de gallinas de una granja y cantidad de pienso que consumen en una cierta cantidad de días.
- g) Superficie de varios países y millones de habitantes de cada país.
- h) El tiempo que permanece abierto un grifo y su caudal.
- i) Número de grifos iguales abiertos y tiempo que tardan en llenar una piscina.

No proporcionales: b), g), h)
 Proporcionalidad directa: a), c), f)
 Proporcionalidad inversa: d), e), i)

32. Una moto ha recorrido 50 kilómetros en 40 minutos a velocidad constante.

a) ¿Qué distancia habrá recorrido cuando pasen 10 minutos más, si mantiene la misma velocidad?

62,5 kilómetros

b) ¿Cuánto tiempo tarda si recorre 120 kilómetros en total?

96 minutos = 1 hora y 36 minutos

33. Para transportar las sillas de la biblioteca del instituto se han ofrecido 25 alumnos, que han tardado en hacerlo 20 minutos. ¿Cuánto tiempo habrían tardado si lo hubiesen hecho con quince alumnos más?

12 minutos y medio.

2.1.5. Medida de magnitudes

34. Completa la siguiente tabla con las unidades que se indican:

m^2	hm^2	dam^2	km^2	dm^2
750	0,075	7,5	0,00075	75.000
1.200.000	120	12.000	1,2	120.000.000
4.500	0,45	45	0,0045	450.000
7.000	0,7	70	0,007	700.000
4,3	0,00043	0,043	0,0000043	430

35. Expresa en litros:

- a) 4 dm^3 4 l c) $0,05 \text{ dam}^3$ 50.000 l e) 65 m^3 65.000 l
 b) 27 cm^3 0,027 l d) $0,016 \text{ hm}^3$ 16.000.000 l f) 6.000 mm^3 0,006 l

36. Un camión transporta 250.000 litros de vino en botellas de un litro. Expresa en dm^3 y en cm^3 el volumen que ocupa el vino.

250.000 dm^3 ; 250.000.000 cm^3

37. Una finca rectangular mide 8 hm de largo y 5 hm de ancho. Calcula el área de la finca y expresa su medida en hectáreas y en áreas.

40 ha; 4.000 a

38. Dados los ángulos $\hat{a} = 45^\circ 50' 36''$, $\hat{b} = 37^\circ 12' 42''$ y $\hat{c} = 115^\circ 45' 23''$, calcula:

a) $\hat{a} + \hat{b}$

83° 3' 18"

b) $\hat{c} + \hat{a}$

161° 35' 59"

c) $3 \cdot \hat{a}$

137° 31' 48"

d) $\hat{b} : 6$

6° 12' 7"

39. Un tren sale de una estación a las 8 h 43 min 40 s y tarda en hacer un trayecto 5 h 38 min 35 s. ¿A qué hora llega a su destino?

A las 14 h 22 min 15 s

40. ¿Cuánto tiempo transcurre desde las 23 h 15 min hasta las 2 h 45 min? Expresa el resultado en horas y en minutos.

3 horas y media; 210 minutos.

2.2. Álgebra

41. Expresa en lenguaje algebraico indicando lo que significa x:

Expresión	x	Expresión algebraica
La mitad de un número menos su quinta parte	Número	$\frac{x}{2} - \frac{x}{5}$
La suma de dos números consecutivos	Primer número	$x + x + 1$
Un número par	Un número entero cualquiera	$2x$
La suma de dos números pares consecutivos	Un número entero cualquiera	$2x + 2x + 2$
Un número impar	Un número entero cualquiera	$2x + 1$

- 42.** Expresa la fórmula del área de los siguientes polígonos en función de x , siendo x el elemento que se indica en cada caso:

Polígono	x	Área
Triángulo de 7 centímetros de base	Altura	$A = \frac{7x}{2}$
Cuadrado	Lado	$A = x^2$
Pentágono de 6 centímetros de lado	Apotema	$A = \frac{30x}{2}$
Trapezio de base mayor 10 centímetros y 3 de altura	Base menor	$A = \frac{10+x}{2} \cdot 3$

- 43.** Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores dados:

a) $3x^2 - 5x + 7$, para $x=2$	<input type="text" value="9"/>
b) $2(a+b) - ab$, para $a=3$ y $b=-2$	<input type="text" value="8"/>
c) $x + x^2 + 2x^3$, para $x=-1$	<input type="text" value="-2"/>
d) $x^2y - \frac{4}{3}xy^2$, para $x=4$, $y=-3$	<input type="text" value="-96"/>

- 44.** En cada sucesión, escribe los dos términos siguientes y obtén la fórmula correspondiente al término de orden n :

a) 2, 4, 8, 16, ...	<input type="text" value="32; 64; (2^n)"/>
b) 3, 6, 9, 12, ...	<input type="text" value="15, 18; (3n)"/>
c) 4, 6, 8, 10, ...	<input type="text" value="12, 14; (2n+2)"/>
d) 2, 5, 8, 11,	<input type="text" value="14, 17; (3n-1)"/>

45. Reduce las siguientes expresiones:

a) $2x+5x-9x$	-2x
b) $4b-7b-10b$	-13b
c) $6a-8-9a-5$	-3a-13
d) $(3x-1)+(2x-5)$	5x-6
e) $5 \cdot (2x-3)$	10x-15
f) $(-2) \cdot (-3x+4)$	6x-8
g) $3 \cdot (x-7)$	3x-21
h) $(-4) \cdot (-2a-5)$	8a+20
i) $2,5x-4,5-7x+12+6,3x+9,4$	1,8x+16,9
j) $-3,5-5x+7,3x-10,25+4,8x$	-13,75+7,1x

46. Comprueba si son correctas o no las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $2x+8=-4$	$x=6$	No
b) $3-5a=7$	$a=1$	No
c) $3x+8=-5x$	$x=-1$	Sí
d) $4x-2(3x-7)=5x$	$x=-2$	No

47. Resuelve las siguientes ecuaciones según los pasos indicados en el ejemplo:

Pasos a seguir	$3x+8=-2x+5+x$	$x-5+2x=6x-3$	$5x-9=16$
Reducción de términos	$3x+8=-x+5$	$3x-5=6x-3$	
Transposición	$3x+x=-8+5$	$3x-6x=-3+5$	$5x=16+9$
Reducción	$4x=-3$	$-3x=2$	$5x=25$
Solución	$x=-\frac{3}{4}$	$x=-\frac{2}{3}$	$x=5$

48. Calcula la altura de un triángulo sabiendo que la base mide 12 centímetros y el área es de 48 cm².

$h = 8 \text{ cm.}$

49. Resuelve, mediante una ecuación, cada uno de los siguientes problemas:

a) El triple de un número menos 8 es igual a 16. ¿Cuál es el número?

$$3x-8=16 \quad x=8$$

b) Lola ha repartido 630 discos compactos entre sus amigos Nacho y Marian. Si a Marian le ha dado el doble que a Nacho, ¿cuántos ha regalado a cada uno?

$$x+2x=630 \quad \text{Nacho recibe 210 discos compactos y Marian 420.}$$

c) Álvaro tiene 10 años menos que su hermana y, dentro de dos años, ella tendrá el doble que él. ¿Qué edad tiene actualmente cada uno?

$$x+10+2=2(x+2) \quad \text{Álvaro tiene 8 años y su hermana tiene 18.}$$

d) Calcula la medida de cada uno de los cuatro ángulos de un cuadrilátero si cada uno es doble del inmediato más pequeño.

$$x+2x+4x+8x=360 \quad \text{Los ángulos miden 24, 48, 96 y 192 grados, respectivamente.}$$

2.3. Geometría

50. Completa los datos que faltan en las siguientes medidas de triángulos rectángulos, redondeando a las décimas si salen decimales:

Hipotenusa	10	7,2	13	10,2
Cateto 1	8	6	12	2
Cateto 2	6	4	5	10
Área	24	12	30	10

51. Halla el perímetro y el área de las siguientes figuras geométricas:

a) Rectángulo con base de 16 dm y diagonal de 20 dm.

$$P = 56 \text{ dm}, A = 192 \text{ dm}^2$$

b) Rombo de lado 5 m y diagonal de 6 m.

$$P = 20 \text{ m}, A = 24 \text{ m}^2$$

c) Trapecio isósceles de bases de 7 y 19 cm y lados iguales de 10 cm.

$$P = 46 \text{ cm}, A = 104 \text{ cm}^2$$

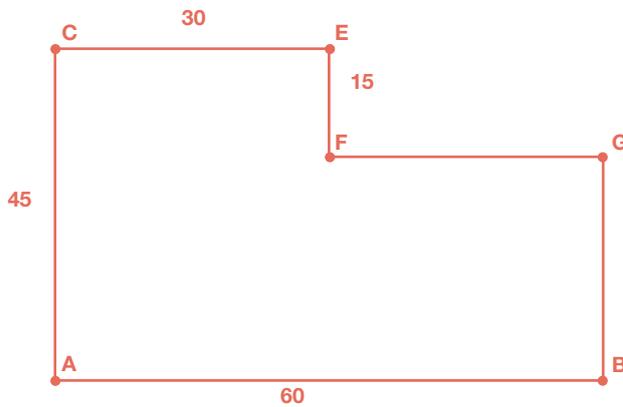
52. Calcula el área de un hexágono regular cuyo lado mide 38 cm.

$$3750,6 \text{ cm}^2$$

53. El área de un triángulo equilátero es $173,20 \text{ cm}^2$ y su altura $17,32 \text{ cm}$. Halla la longitud de su lado.

$$20 \text{ cm}$$

- 54.** Una comunidad de vecinos quiere construir una piscina. El arquitecto les propone la siguiente forma. Los vecinos deciden construir una piscina semejante a este modelo, de manera que el lado mayor sea de 16 m. Calcula las medidas del resto de los lados.

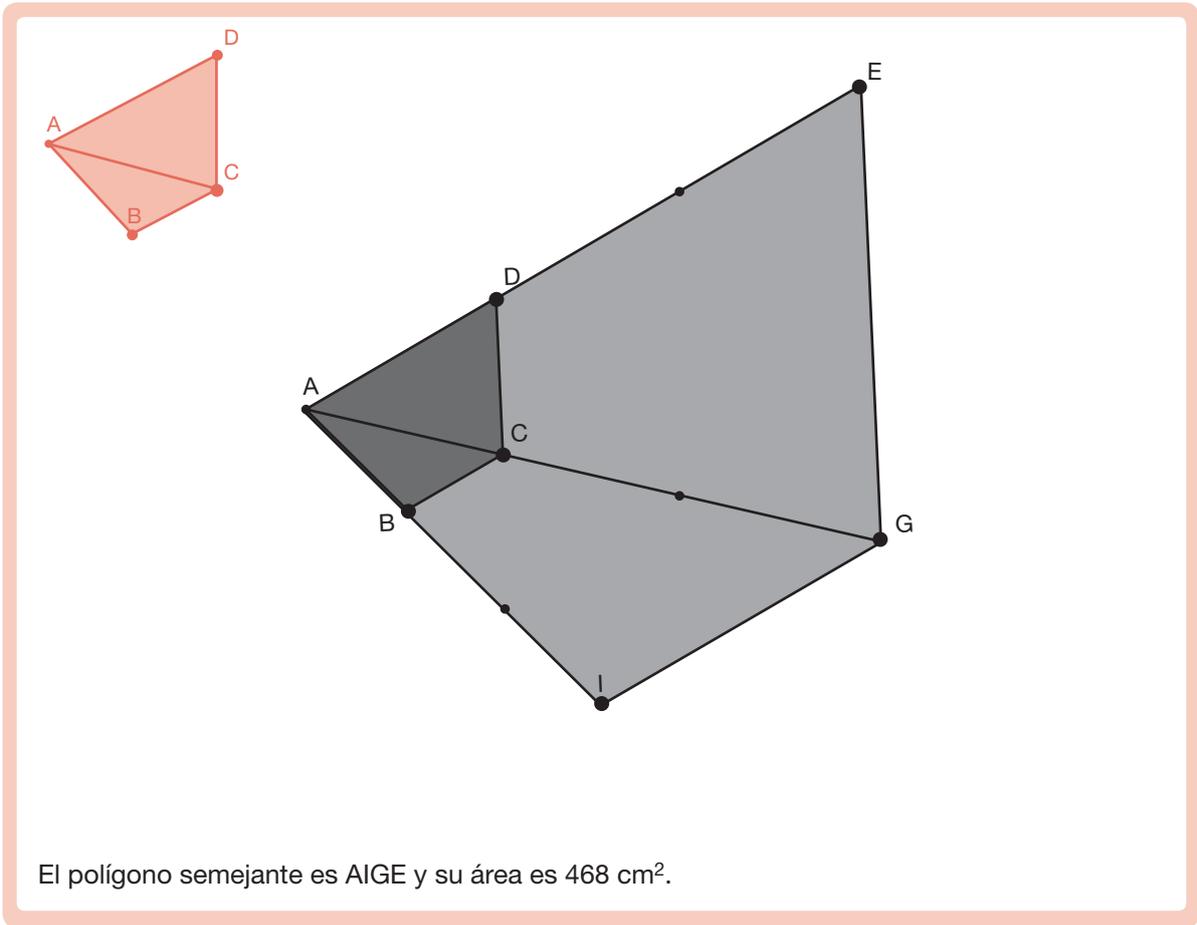


$AC = 12 \text{ m}$
 $CE = FG = GB = 8 \text{ m}$
 $EF = 4 \text{ m}$

- 55.** ¿Son semejantes dos triángulos si el primero tiene un ángulo de 45° y otro de 60° y el segundo tiene un ángulo de 45° y otro de 75° ? Razona tu respuesta.

Sí; en el primer triángulo el tercer ángulo es $180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ$ y en el otro es $180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$, luego tienen sus tres ángulos iguales.

- 56.** Dado el polígono ABCD, construye uno semejante a él con razón de semejanza 3 y usando el vértice A como punto de proyección. Si el área de ABCD es 52 cm^2 , ¿cuál es el área del polígono construido?



57. Dibuja un prisma recto regular de base pentagonal y a continuación:

a) Nombra sus vértices y, a partir de ellos, sus aristas y caras, explicando las características de estas últimas.

a) Aristas base: AB, BC, CD, DE, EA, FG, GH, HI, IJ, JF.	Tiene cinco caras laterales iguales que son rectangulares: ABGF, BCHG, CDIH, DEJI, EAFJ.
Aristas laterales: AF, BG, CH, DI, EJ.	Total caras: 7
Caras: Tiene dos bases paralelas que son pentágonos regulares iguales: ABCDE y FGHIJ.	Total vértices: 10
	Total aristas: 15

b) Encuentra dos pares de caras paralelas entre sí.

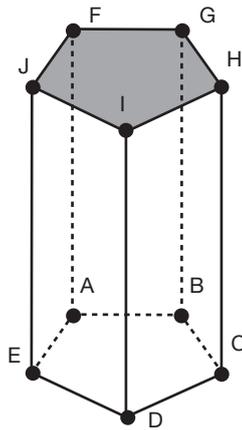
Sólo tiene paralelas entre sí las bases.

c) Encuentra dos pares de aristas paralelas entre sí y dos pares perpendiculares entre sí.

Paralelas: AB y FG; AF y CH. Perpendiculares: AB y AF; HG y HC.

d) Si la arista de la base mide 8 cm, la apotema de la base 5,5 cm y la arista lateral 20 cm, calcula su área total y su volumen.

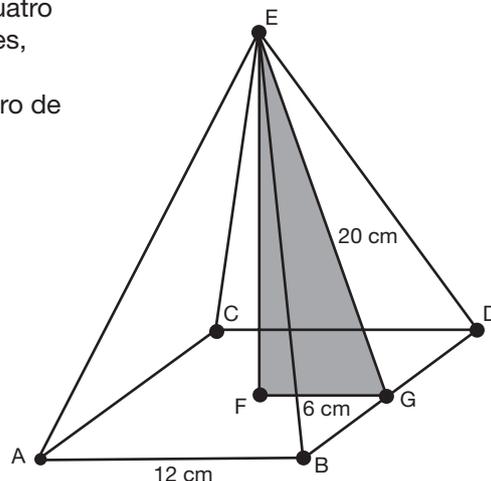
Área total = 1.020 cm² Volumen = 2.200 cm³



58. Describe y dibuja una pirámide cuadrangular regular. Define y representa su altura y calcula su área total y su volumen sabiendo que la apotema de la base mide 6 cm y la apotema de la pirámide mide 20 cm.

Es un poliedro que tiene por base un cuadrado, cuatro caras laterales iguales, que son triángulos isósceles, con un vértice común.
La altura es el segmento que va del vértice al centro de la base.

Altura = 19,1 cm
Área total = 624 cm²
Volumen = 916,8 cm³



- 59.** En un pozo circular de 1,80 m de diámetro, el agua alcanza una altura de 5,40 m desde el fondo. ¿Qué cantidad de agua contiene?

$$13,73 \text{ m}^3 = 13.730 \text{ dm}^3 = 13.730 \text{ litros}$$

- 60.** Se ha abierto una zanja de 15,20 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de profundidad. ¿Cuántos metros cúbicos de tierra se han sacado?

$$121,6 \text{ m}^3$$

- 61.** Queremos construir una vasija de forma cónica con tapadera. ¿Cuál será su volumen si el radio de la tapadera es 5 cm y la altura de la vasija es 15 cm?

$$392,5 \text{ cm}^3$$

- 62.** Escribe las fórmulas del área y volumen de la esfera y calcúlalos para una esfera de radio 5 m.

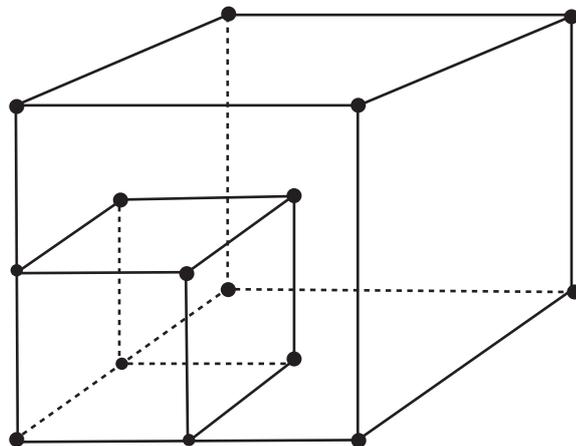
$$A = 314 \text{ m}^2 \quad V = 523,3 \text{ m}^3$$

- 63.** Toma las medidas de un brik de un litro de capacidad y calcula su volumen en decímetros cúbicos. ¿Qué conclusión sacas?

Que su volumen es aproximadamente un decímetro cúbico, que equivale a un litro de capacidad.

- 64.** Dado un cubo, si construyes otro cuya arista es la mitad, ¿cuántas veces se reduce su volumen?

Su volumen se reduce a la octava parte.



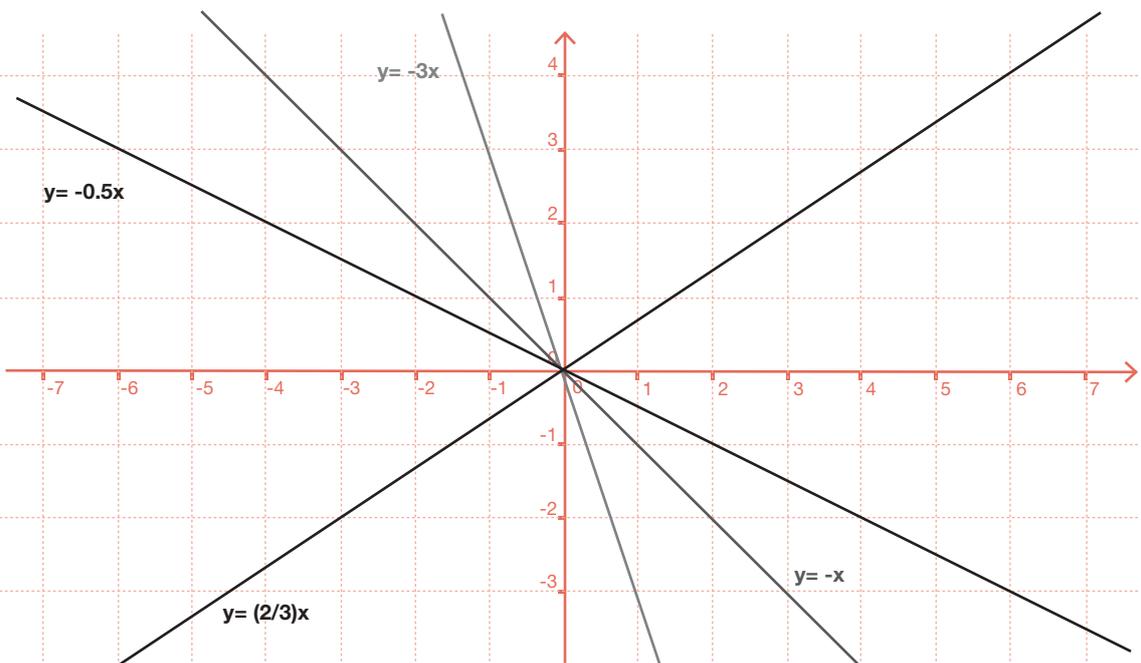
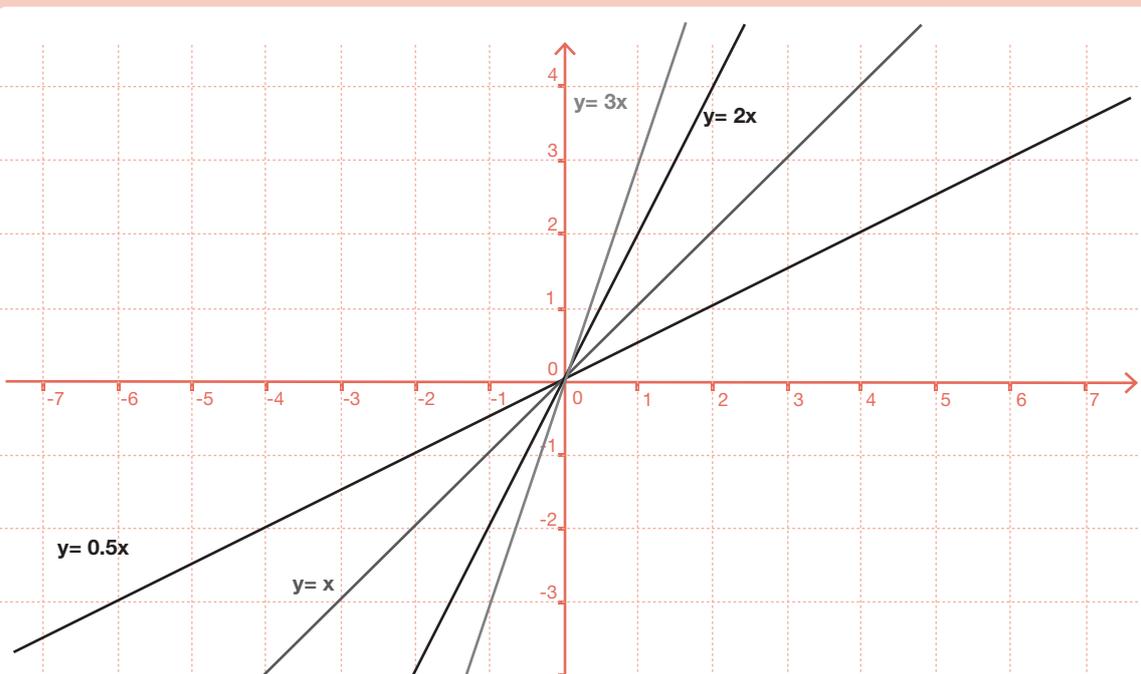
2.4. Funciones y gráficas

65.

Utilizando tablas de valores, representa en unos ejes coordenados las gráficas de las funciones siguientes:

a) $y=x$ b) $y=2x$ c) $y=3x$ d) $y=\frac{1}{2}x$

e) $y=-x$ f) $y=-\frac{1}{2}x$ g) $y=-3x$ h) $y=\frac{2}{3}x$

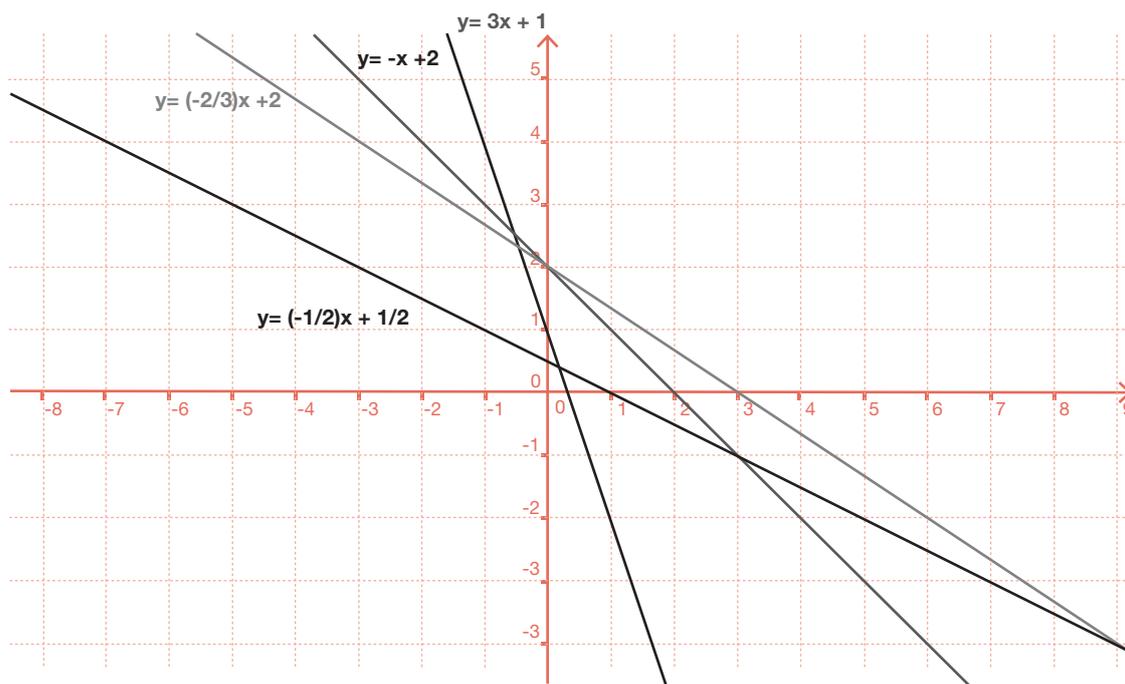
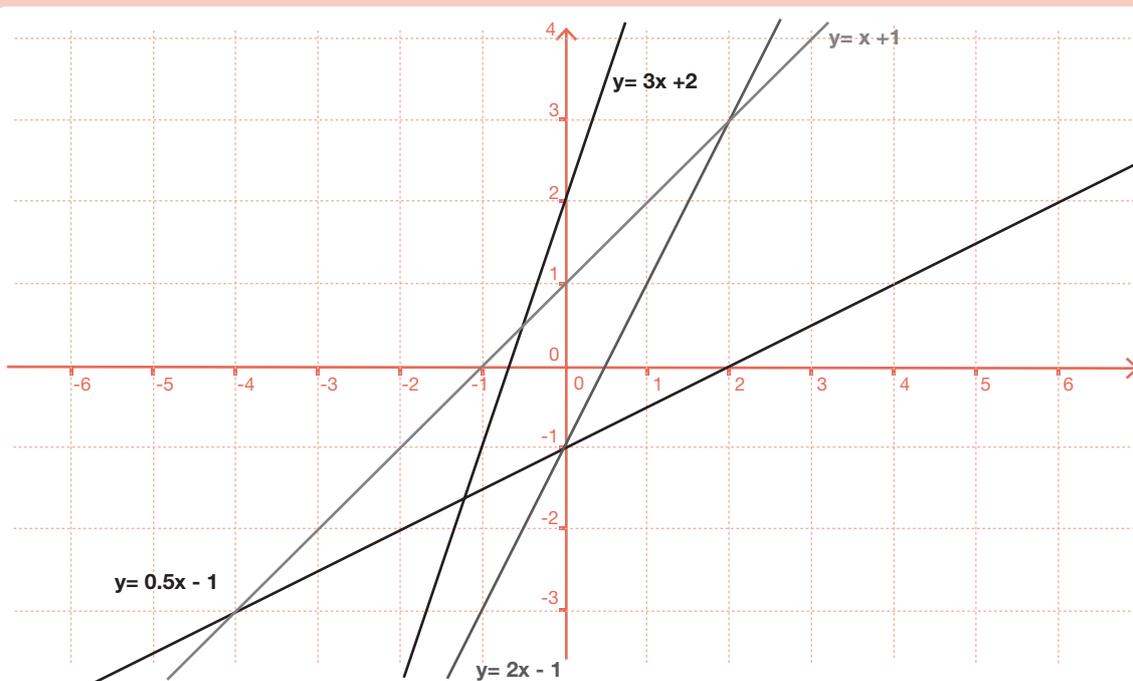


66.

Utilizando tablas de valores, representa en unos ejes coordenados las gráficas de las siguientes funciones:

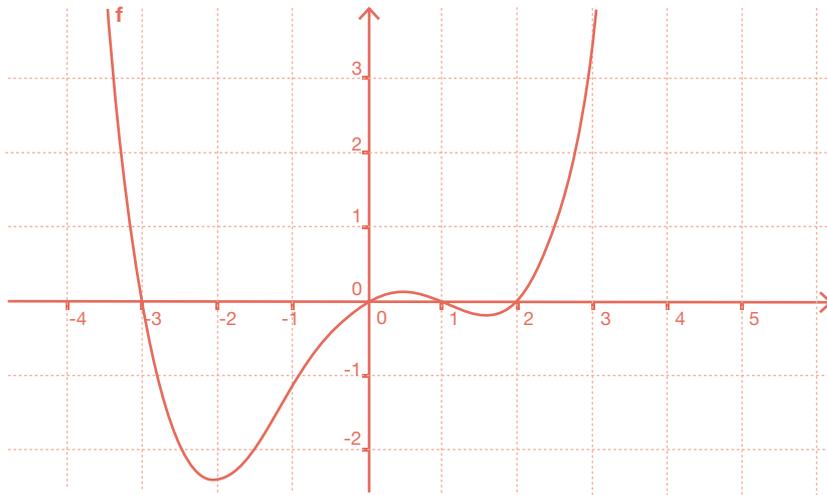
a) $y=x+1$ b) $y=2x-1$ c) $y=3x+2$ d) $y=\frac{1}{2}x-1$

e) $y=-x+2$ f) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ g) $y=-3x+1$ h) $y=-\frac{2}{3}x+2$



67. Observa la gráfica de la siguiente función e indica, a partir de la gráfica:

- Los lugares del eje X en los que es creciente y en los que es decreciente.
- Los máximos y los mínimos, aproximadamente.
- Los puntos de corte con los ejes.



- Es creciente desde -2 hasta 0,5 y desde 1,5 hasta infinito. Es decreciente desde menos infinito hasta -2 y desde 0,5 hasta 1,5.
- Alcanza máximo (local) en 0,5 y mínimos en -2 y 1,5.
- Corta al eje X en los puntos (-3,0); (0,0); (1,0) y (2,0). Corta al eje Y en (0,0).

68. Rosario ha salido de su casa a dar un paseo que ha durado 20 minutos. La gráfica siguiente describe la relación entre los minutos transcurridos, desde el momento en que salió de su casa, y los metros que ha recorrido. A partir de la gráfica, contesta a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué ha ocurrido en los primeros 5 minutos?
- En el intervalo que va de 5 a 8 minutos, ¿qué ha hecho Rosario?
- ¿A cuántos metros se encuentra de su casa a los 10 minutos?
- ¿En qué momento se ha encontrado más lejos de su casa?
- ¿Cuál es la distancia máxima a la que se ha encontrado?
- Entre los minutos 16 y 20, ¿cuántos metros ha recorrido Rosario?

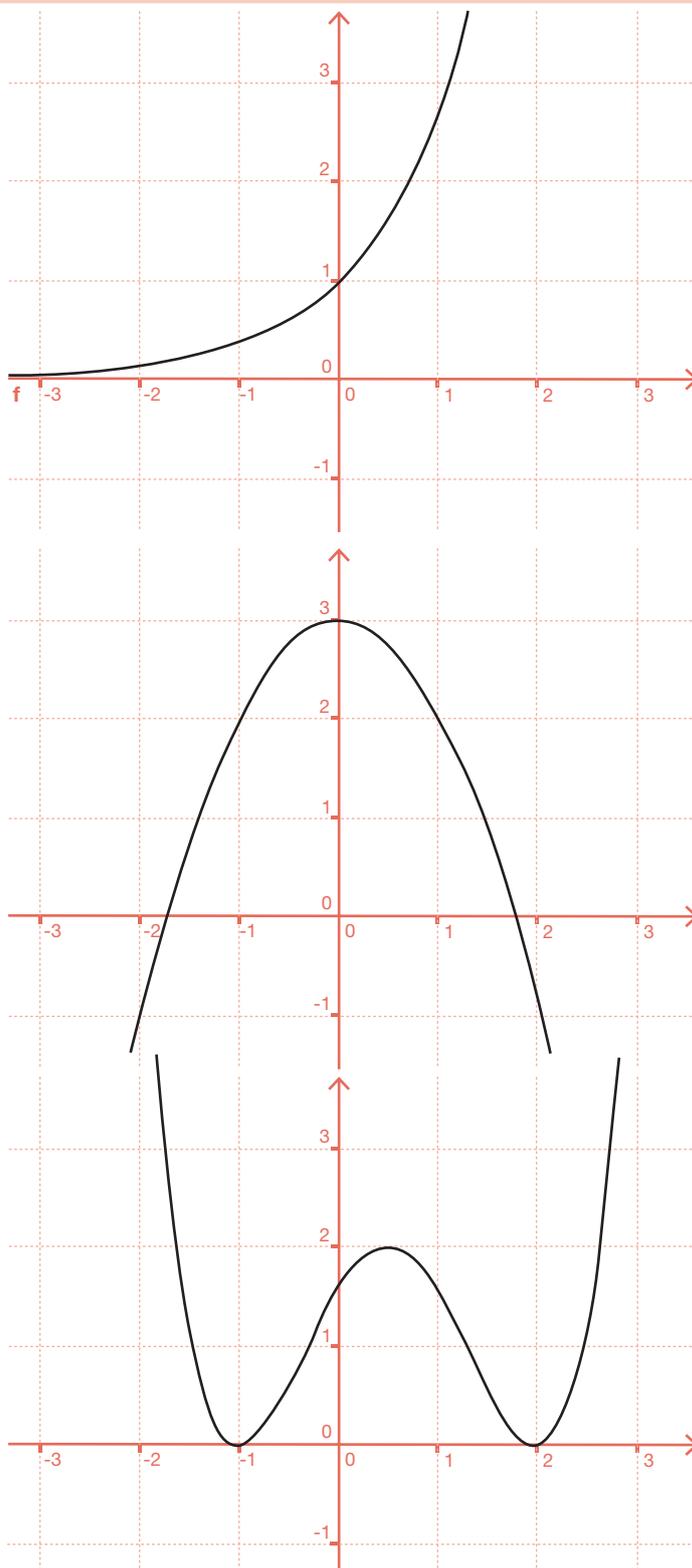


- Que ha recorrido 30 metros.
- Ha estado parada.
- A 50 metros.
- A los 16 minutos.
- A 70 metros.
- Los 70 metros de vuelta a su casa.

69.

En cada caso, dibuja una gráfica de una función que verifique las condiciones que se indican:

- Creciente en todo el eje X, positiva y corta al eje Y en el punto $(0,1)$.
- Creciente para los valores negativos, decreciente para los valores positivos y con un máximo en $(0,3)$.
- Alcanza un máximo en el punto $(1/2,2)$ y mínimos en los puntos $(-1,0)$ y $(2,0)$.



2.5. Estadística y probabilidad

70.

El Departamento de Lengua de un instituto de secundaria quiere hacer un estudio sobre los resultados de la primera evaluación en Primero de ESO. En el instituto hay 130 alumnos que cursan Primero de ESO y, para hacer el estudio, se han seleccionado, al azar, las notas de 20 alumnos que han resultado ser:

5, 8, 5, 4, 3, 1, 5, 6, 10, 9
1, 1, 7, 6, 5, 3, 9, 6, 7, 5

a) Indica cuál es la población y cuál la muestra en este estudio.

La población está formada por los 130 alumnos de Primero de ESO y la muestra por los 20 alumnos que se han seleccionado al azar.

b) Organiza los datos en una tabla con las frecuencias absolutas

Notas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencias absolutas	3	0	2	1	5	3	2	1	2	1

71.

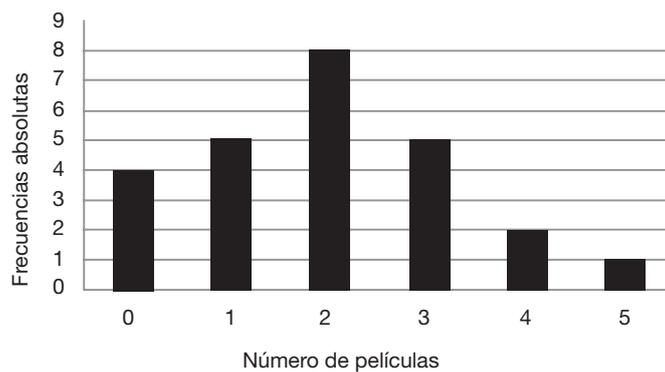
Completa la siguiente tabla estadística:

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por ciento
1	10	0,25	25%
2	6	0,15	15%
3	12	0,30	30%
4	7	0,175	17,5%
5	5	0,125	12,5%

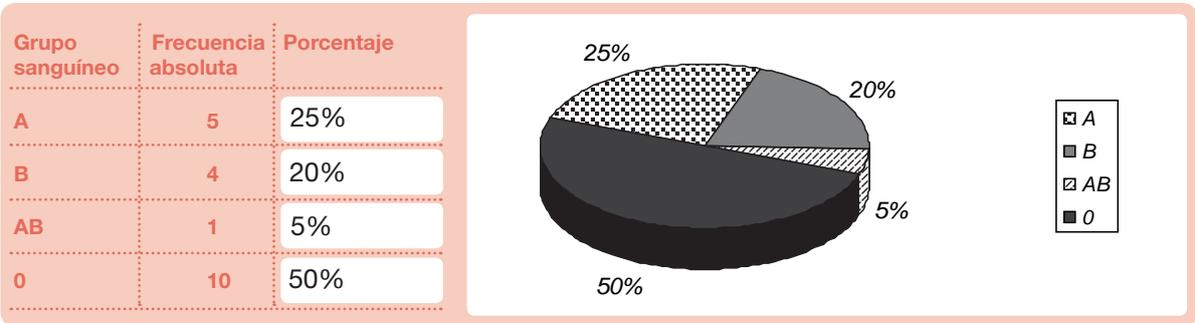
72.

Se ha preguntado a 25 personas por el número de veces que han ido al cine durante el último mes. Las respuestas se han agrupado en la tabla siguiente. Representa en un diagrama de barras o de sectores, según convenga, la información.

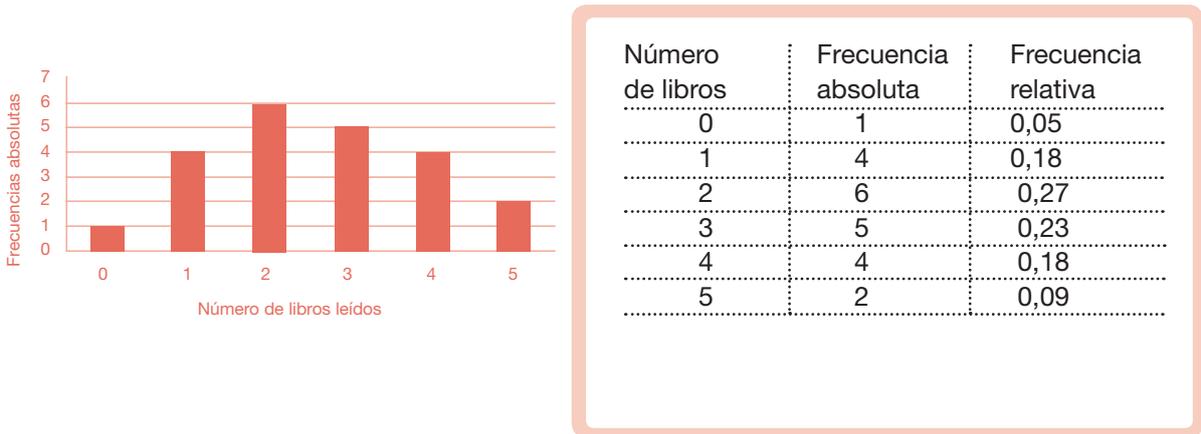
Número de películas	Frecuencia vistas absoluta
0	4
1	5
2	8
3	5
4	2
5	1



73. En una clase con 20 alumnos se ha hecho un estudio sobre el grupo sanguíneo de cada uno de ellos. El número de alumnos de cada grupo se ha representado en la tabla siguiente. Calcula el porcentaje de cada grupo y representa los datos en un diagrama de barras o de sectores, según convenga.



74. A la vuelta de vacaciones, en un curso de Segundo de ESO, la profesora de Matemáticas ha hecho una encuesta y ha preguntado a cada uno de los alumnos por el número de libros que han leído durante el verano. Al día siguiente, la profesora les ha traído el siguiente diagrama de barras, basado en la encuesta del día anterior. A partir del diagrama, haz una tabla con las frecuencias absolutas y relativas.



75. Calcula la media aritmética, la mediana y la moda para cada una de las siguientes tablas de frecuencias:

a)		b)	
Datos	Frecuencia absoluta	Datos	Frecuencia absoluta
1	2	4	4
2	3	5	4
3	4	6	5
4	5	7	6
5	1	8	1

a) Media = 3 Mediana = 3 Moda = 4 b) Media = 5,8 Mediana = 6 Moda = 7

3. Tercero de ESO

3.1. Números, medidas y operaciones

3.1.1. Operaciones

1. Reduce las expresiones siguientes a una sola potencia:

a) $\frac{2^2}{2^{-1}} \cdot \left(\frac{2^3 \cdot (-2)^6}{2^5 \cdot 2^{-2}} \right)^2$

2^{15}

b) $\left(\frac{(-3)^2 \cdot 3^3 \cdot (-3)}{3^3 \cdot 3^{-1}} \right)^2$

3^8

c) $\left(\frac{a^2 \cdot a^{-3}}{a^{-2} \cdot a^3} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^2 \cdot a^3}{a \cdot a^2} \right)^2$

a^6

2. Realiza las siguientes operaciones, expresándolas como potencias de factores primos:

a) $\frac{6^2 \cdot 12^2 \cdot 27^{-2} \cdot 16^{-3}}{4^{-1} \cdot 3^5 \cdot 12^{-1} \cdot 6^3} \cdot \frac{3^5 \cdot 12^{-4} \cdot 8^3}{4^3 \cdot 24^{-1} \cdot 8^2}$

$\frac{1}{2^{13} \cdot 3^7}$

b) $\left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^4 \cdot \left(\frac{-1}{2} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{9} \right)^3$

$3^5 \cdot 2^2$

3. Calcula la fracción irreducible de las fracciones siguientes:

a) $\frac{720}{3.600}$

$\frac{1}{5}$

b) $\frac{123}{75}$

$\frac{41}{25}$

c) $\frac{300}{3.600}$

$\frac{1}{12}$

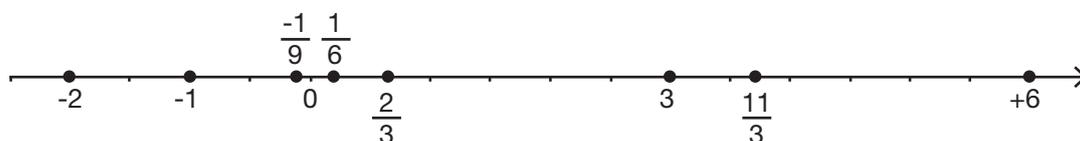
d) $\frac{555}{333}$

$\frac{5}{3}$

4. Ordena de menor a mayor y representa en una recta los números siguientes:

$\frac{11}{3}, 3, 6, -1, -2, \frac{1}{6}, -\frac{1}{9}, \frac{2}{3}$

$-2 < -1 < -\frac{1}{9} < \frac{1}{6} < \frac{2}{3} < 3 < \frac{11}{3} < 6$



5. Halla la fracción generatriz de los números decimales siguientes y clasificalos en decimales finitos y decimales infinitos periódicos:

a) 0,25 b) 1,75 c) 0,3333... d) 2,121212... e) 0,2333... f) 4,123535...

Decimales finitos: a) y b)
 Decimales infinitos periódicos puros: c) y d)
 Decimales infinitos periódicos mixtos: e) y f)

a) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{175}{100} = \frac{7}{4}$ c) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ d) $\frac{212-2}{99} = \frac{70}{33}$ e) $\frac{23-2}{90} = \frac{7}{30}$ f) $\frac{41.235-412}{9.900} = \frac{40.823}{9.900}$

6. Opera las expresiones dando la fracción irreducible:

a)
$$\frac{\left(\frac{3}{6} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{2}{6} + \frac{2}{6}\right) \cdot 2 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \cdot 2}$$

$\frac{1}{2}$

b)
$$\frac{\left(\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{6}\right) - \frac{3}{2} + \frac{1}{4}}$$

$\frac{69}{10}$

7. Un grifo llena un recipiente en 10 horas y otro en 8 horas. ¿Qué fracción del recipiente se llenará si los dos grifos están abiertos durante 2 horas?

$\frac{9}{20}$

8. Un hombre realiza un trabajo en 4 horas y otro tarda en hacer el mismo trabajo 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán trabajando los dos juntos?

Tardarán 3 horas.

9. Expresa, con todas las cifras, los números escritos en notación científica:

a) $3,25 \cdot 10^7$ 32.500.000

b) $4,216 \cdot 10^{-5}$ 0,00004216

c) $-3 \cdot 10^{-6}$ -0,000003

d) $5,432 \cdot 10^8$ 543.200.000

e) $3,215 \cdot 10^{-5}$ 0,00003215

f) $2,7 \cdot 10^{-4}$ 0,00027

10. Escribe en notación científica:

a) 5.432.000.000

$5,432 \cdot 10^9$

b) -0,0000076

$-7,6 \cdot 10^{-6}$

c) 465.700

$4,657 \cdot 10^5$

d) 0,00000000009

$9 \cdot 10^{-11}$

e) -0,000572

$-5,72 \cdot 10^{-4}$

f) 84.300

$8,43 \cdot 10^4$

11. Calcula y expresa el resultado en notación científica:

a) $(3 \cdot 10^7) \cdot (7 \cdot 10^{19})$

$2,1 \cdot 10^{27}$

b) $(4 \cdot 10^9)^2$

$1,6 \cdot 10^{19}$

c) $(9 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3})$

$4,5 \cdot 10^{15}$

d) $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4})$

$3,7665 \cdot 10^9$

e) $(5 \cdot 10^7) : (2,5 \cdot 10^{-6})$

$2 \cdot 10^{13}$

12. Extrae factores de las raíces:

a) $\sqrt{8 \cdot a^3 \cdot b^2}$

$2 \cdot a \cdot b \sqrt{2 \cdot a}$

b) $\sqrt[4]{81 \cdot a^5 \cdot b^2}$

$\frac{3 \cdot a}{c \cdot d^2} \sqrt[4]{\frac{a \cdot b^2}{c^3}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{a^7 \cdot b \cdot c^4}{d^5}}$

$\frac{a^2 \cdot c}{d} \sqrt[3]{\frac{a \cdot b \cdot c}{d^2}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{8 \cdot 54}{125}}$

$\frac{6}{5} \sqrt[3]{2}$

13. Factoriza los radicandos y calcula las raíces:

a) $\sqrt{1.296}$

$\sqrt{2^4 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$

b) $\sqrt[3]{21.952}$

$\sqrt[3]{2^6 \cdot 7^3} = 2^2 \cdot 7 = 28$

c) $\sqrt{\frac{441}{196}}$

$\sqrt{\frac{3^2 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 7^2}} = \frac{3}{2}$

d) $\sqrt[3]{\frac{3.375}{512}}$

$\sqrt[3]{\frac{5^3 \cdot 3^3}{2^9}} = \frac{15}{8}$

14. Realiza las siguientes operaciones con raíces, factorizando previamente:

a) $\sqrt{75}-\sqrt{8}+3\sqrt{12}-2\sqrt{32}$ $11\cdot\sqrt{3}-10\cdot\sqrt{2}$

b) $\sqrt{18}+\sqrt{20}-2\sqrt{8}+\sqrt{45}$ $5\cdot\sqrt{5}-\sqrt{2}$

c) $\sqrt{\frac{16}{3}}-2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}+3\cdot\sqrt{\frac{1}{27}}-2\cdot\sqrt{\frac{25}{3}}$ $-9\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}$

d) $\sqrt{\frac{8}{9}}-3\cdot\sqrt{\frac{2}{9}}-2\cdot\sqrt{\frac{2}{16}}+\sqrt{32}$ $\frac{19}{6}\cdot\sqrt{2}$

e) $\sqrt{3\cdot a^2\cdot b}\cdot\sqrt{2\cdot a\cdot c}\cdot\sqrt{3\cdot a\cdot c^2}$ $\sqrt[6]{3^5\cdot 2\cdot a^9\cdot c^5\cdot b^3}$

f) $(2+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})$ $4+\sqrt{2}$

15. Introduce dentro de la raíz:

a) $\frac{a\cdot b\cdot c}{d}\sqrt{\frac{c\cdot d}{a}}$

$\sqrt{\frac{a\cdot b^2\cdot c^3}{d}}$

b) $\sqrt{a\cdot b}\cdot\sqrt{\frac{c}{a\cdot b}}$

$\sqrt[4]{a\cdot b\cdot c}$

c) $\sqrt[3]{b\cdot c^2}\cdot\sqrt{\frac{a}{c}}$

$\sqrt[6]{b^2\cdot c^3\cdot a}$

16. Redondea a las centenas los números siguientes, indicando si son aproximaciones por exceso o por defecto:

a) 23.729

23.700 aprox.
por defecto

b) 5.873

5.900 aprox.
por exceso

c) 456

500 aprox.
por exceso

d) 876.912

876.900 aprox.
por defecto

17. Encuentra una aproximación a las centésimas, por exceso y por defecto, de las siguientes raíces, indicando el margen de error con ayuda de la calculadora, como en el ejemplo.

Número	Aprox. por defecto	Error por defecto	Aprox. por exceso	Error por exceso
$\sqrt{3}=1,73205$	1,73	$E < 0,003$	1,74	$E < 0,008$
$\sqrt{5}=2,23606$	2,23	$E < 0,007$	2,24	$E < 0,004$
$\sqrt{7}=2,64575$	2,64	$E < 0,006$	2,65	$E < 0,005$
$\sqrt{21}=4,58257$	4,58	$E < 0,003$	4,59	$E < 0,008$

- 18.** Calcula longitud de la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 10 cm y 12 cm. Expresa el resultado con una aproximación centesimal.

$$\sqrt{244}=15,62$$

- 19.** Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm. El resultado ¿es un número irracional?

$$25 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^2. \text{ Sí es irracional.}$$

- 20.** La rueda de un coche da 1.570 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas da en un segundo? Redondea el resultado.

26 vueltas.

3.1.2. Proporcionalidad y porcentajes

- 21.** En una granja hay 23 vacas que comen en 50 días 2.990 kg de pienso. ¿Durante cuántos días se pueden alimentar 75 vacas con 6.240 kg?

32 días.

- 22.** Un grifo, que tiene un caudal de 5 litros por minuto, llena una bañera en 30 minutos. ¿Qué caudal debe tener otro grifo que lo llene en 40 minutos?

3,75 litros por minuto.

- 23.** ¿Cómo se pueden repartir 4.620 € entre tres amigos, de forma que al mayor le corresponda la mitad que al menor, y a éste el triple que al mediano?

Al mayor 1260 €, al mediano 840 € y al menor 2.520 €.

- 24.** Por cada tonelada de arena extraída en una mina, se obtienen 750 kg de mineral. ¿Cuántos kilogramos de arena hay que extraer para obtener 27 toneladas de mineral?

36.000 kg.

- 25.** Di si las siguientes parejas de magnitudes son directa o inversamente proporcionales:

a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.

Inversamente proporcional.

b) El peso de un jamón y su precio.

Directamente proporcional.

c) El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito.

Inversamente proporcional.

d) El tiempo empleado en hacer un trabajo y el número de trabajadores.

Inversamente proporcional.

e) El tiempo que está encendida una bombilla y la energía que gasta.

Directamente proporcional.

- 26.** Un empresario deposita 28.000 € en un banco a un interés compuesto del 2% anual. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 3 años?

29.713,82 €.

- 27.** El precio inicial de un ordenador portátil era de 480 €. A lo largo del tiempo el precio ha sufrido variaciones: primero subió un 10%, luego subió otro 22% y al final bajó un 30%.

- a) ¿Cuál es su precio actual?

$480 \cdot 1,1 \cdot 1,22 \cdot 0,7 = 450,91 \text{ €}$

- b) ¿Cuál es el índice de variación global?

$1,1 \cdot 1,22 \cdot 0,7 = 0,9394$

- c) ¿Cuál fue la variación porcentual?

$0,9394 - 1 = -0,0606$. Ha bajado un 6,06 %

3.2. Álgebra

- 28.** Halla los términos a_1 , a_2 y a_{10} de las siguientes sucesiones cuyo término general a_n se da:

a) $a_n = 2n - 1$

$a_1 = 1$

$a_2 = 3$

$a_{10} = 19$

b) $a_n = \frac{4n-3}{2}$

$a_1 = \frac{1}{2}$

$a_2 = \frac{5}{2}$

$a_{10} = \frac{37}{2}$

c) $a_n = n^2 - 3n + 5$

$a_1 = 3$

$a_2 = 3$

$a_{10} = 75$

d) $a_n = 2^{n-1}$

$a_1 = 1$

$a_2 = 2$

$a_{10} = 512$

e) $a_n = (-3)^n$

$a_1 = -3$

$a_2 = 9$

$a_{10} = +59.049$

- 29.** Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

a) 5, 7, 9, 11, 13,...

$a_n = 2n + 3$

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$

$a_n = \frac{1}{n+2}$

c) 1, 0, -1, -2, -3,...

$a_n = -n + 2$

d) 1, 4, 9, 16, 25, 36,...

$a_n = n^2$

e) 2, 5, 10, 17, 26, 37,...

$a_n = n^2 + 1$

f) -1, 2, -3, 4, -5,...

$a_n = (-1)^n n$

30. Escribe dos términos más en cada una de las sucesiones siguientes y di cuáles son progresiones aritméticas y cuáles son geométricas:

a) 1,6; 2; 2,4; 2,8;... 3,2; 3,6 Progresión aritmética.

b) $1/2$; $1/4$; $1/8$; $1/16$;... $1/32$; $1/64$ Progresión geométrica.

c) 9; 7; 5; 3;... 1; -1 Progresión aritmética.

d) $1/3$; $1/6$; $1/12$; $1/24$;... $1/48$; $1/96$ Progresión geométrica.

e) 80; 8; 0,8; 0,08;... 0,008; 0,0008 Progresión geométrica.

f) 8; 4; 0; -4;... -8; -12 Progresión aritmética.

31. Calcula la diferencia y el término general de las progresiones aritméticas siguientes, de las cuales conocemos algunos términos:

a) $a_1 = -1$ $a_3 = 3$ $d = 2$ $a_n = 2n - 3$

b) $a_1 = -2$ $a_5 = -14$ $d = -3$ $a_n = 1 - 3n$

32. Halla la suma de todos los números impares menores de 100.

$$S_{50} = \frac{1+99}{2} \cdot 50 = 2.500$$

33. Un reloj de pared da campanadas a la hora en punto, a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, da 6 campanadas a las seis de la tarde, por ejemplo. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?

$$S_{12} = \left(\frac{a_1 + a_{12}}{2} \right) \cdot 12 = \frac{4+15}{2} \cdot 12 = 114 \quad \begin{array}{l} \text{campanadas en doce horas} \\ \text{En un día: } 114 \cdot 2 = 228 \text{ campanadas} \end{array}$$

34. Calcula el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4 m, que la azotea está a 37 m del suelo y que la altura de cada piso es de 2,75 m.

13 pisos.

35. Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo nadó el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas?

El día 21 nadó 115 minutos. A lo largo de los 21 días nadó 1365 minutos.

- 36.** Un estudiante trabaja de cartero. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el día 20 reparte 2.285 cartas.

a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? ¿Y el día 10?

El primer día 1.715 cartas, y el día décimo 1.985 cartas.

b) ¿En qué día repartió 2.165 cartas?

El día 16.

c) Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.

28.875 cartas.

- 37.** Conociendo algunos términos de una progresión geométrica, calcula la razón y el término general.

a) $a_1=4$ $a_5=64$

$$r = 2, \quad a_n = 2^{n+1}$$

b) $a_1=3$ $a_5=0,0003$

$$r = \frac{1}{10} \quad a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$$

- 38.** El tercer término de una progresión geométrica es 12 y la razón 2. Calcula la suma de los diez primeros términos.

$$S_{10} = 3.069$$

- 39.** Una ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de éstos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?

$$S_n = \frac{r \cdot a_n - a_1}{r - 1} = \frac{3 \cdot 3^{n-1} - 1}{3 - 1} = 29.524 \quad n = 10. \text{ En 9 horas}$$

- 40.** Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- a) El doble de un número más cinco
 b) El triple de un número menos su mitad
 c) El cuadrado de la suma de dos números
 d) La suma de los cuadrados de dos números
 e) Un número al cuadrado más su doble
 f) Un número impar
 g) La suma de tres números consecutivos

a) $2x+5$ b) $3x - \frac{x}{2}$ c) $(x+y)^2$ d) x^2+y^2 e) x^2+2x f) $2x+1$ g) $x+(x+1)+(x+2)$

41. Calcula el valor numérico del polinomio $p(x)=3x^3-2x^2+1$, en los casos siguientes:

a) $x = -2$ b) $x = \frac{2}{3}$ c) $x = \sqrt{2}$ d) $x = -\frac{1}{2}$

a) $p(-2)=-31$ b) $p\left(\frac{2}{3}\right)=1$ c) $p(\sqrt{2})=-3+6\sqrt{2}$ d) $p\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$

42. Si $p(x)=x^3-x^2-3x+1$, $q(x)=2x^2-2x+1$ y $r(x)=2x^3-6x^2+6x-1$, haz las siguientes operaciones:

a) $p(x)+q(x)$	x^3+x^2-5x+2
b) $p(x)-q(x)+r(x)$	$3x^3-9x^2+5x-1$
c) $2p(x)-3r(x)$	$-4x^3+16x^2-24x+5$
d) $p(x)\cdot q(x)-r(x)$	$2x^5-4x^4-5x^3+13x^2-11x+2$
e) $q(x)\cdot(2p(x)-r(x))$	$8x^4-32x^3+34x^2-18x+3$

43. Factoriza los polinomios siguientes:

a) $x^4-x^3-x^2+x$	$(x-1)^2\cdot(x+1)x$
b) $x^4+x^3-7x^2-x+6$	$(x-2)\cdot(x-1)\cdot(x+1)\cdot(x+3)$
c) $81x^4-16$	$(3x-2)\cdot(3x+2)\cdot(9x^2+4)$
d) $x^2-10x+25$	$(x-5)^2$
e) $25-9x^2$	$(5-3x)\cdot(5+3x)$
f) $3x^3-6x^2+3x$	$3x\cdot(x-1)^2$

44. Resuelve las ecuaciones de primer grado :

a) $\frac{3x-1}{2} = \frac{5x-4}{3}$	$x = 5$
b) $7(x+4)-3(x+2)=3(x-1)-(x-7)$	$x = -9$
c) $4x-3 = \frac{2x-5}{3}$	$x = \frac{2}{5}$
d) $\frac{5-x}{3} - \frac{7+x}{2} = 1-5x$	$x = \frac{17}{25}$

45. Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales siguientes:

a)
$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ x-2y=6 \end{cases} \quad x = \frac{6}{5} ; y = -\frac{12}{5}$$

b)
$$\begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x+2y=4 \end{cases} \quad x = 2; y = -1$$

c)
$$\begin{cases} x+y=6 \\ 0,15x+0,4y=1,5 \end{cases} \quad x = 3,6; y = 2,4$$

46. Marusela ha comprado dos discos compactos de música que ayer se vendían al mismo precio, pero hoy uno de ellos está rebajado un 15% y el otro en un 10%. Por ambos paga 21 €. ¿Cuánto costaba ayer cada disco compacto?

Cada disco costaba 12 €.

47. Antonio tiene 15 años y su madre 42. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del hijo sea la mitad que la de la madre?

12 años.

48. Dos coches salen simultáneamente del mismo punto y en la misma dirección. A los 20 minutos, el primero le lleva una ventaja de 10 km al segundo. Si el segundo va a 90 km/h, ¿cuál es la velocidad del primero?

120 km/h

49. En un número de dos cifras, las decenas son el triple que las unidades. Si se invierte el orden de las cifras, se obtiene otro número 36 unidades menor. Calcula el número del principio.

62

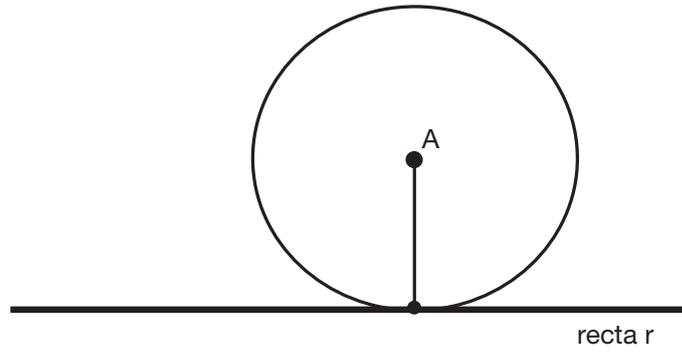
50. Entre las dos diagonales de una cometa suman 100 cm, siendo la menor 20 cm más corta que la mayor. ¿Cuánto mide cada diagonal?

40 cm y 60 cm.

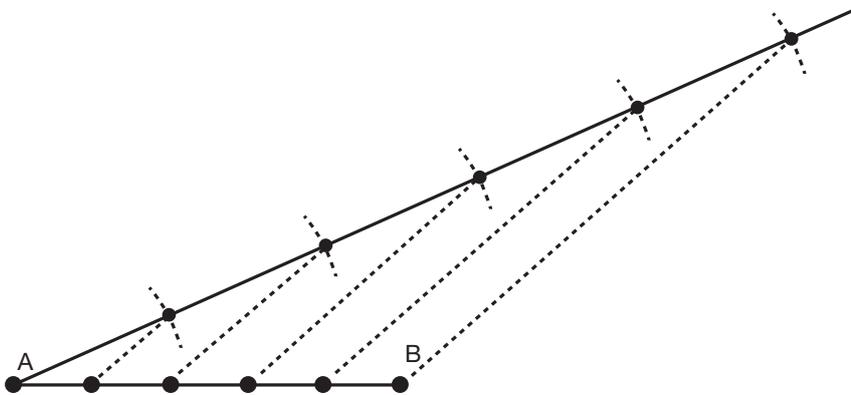
3.3. Geometría

- 51.** Dada una recta r y un punto A exterior, traza la circunferencia con centro en el punto A , que es tangente a la recta r . ¿Qué radio tiene?

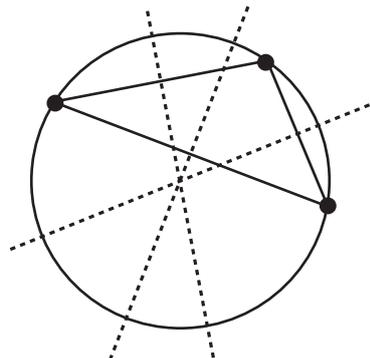
El radio es la distancia del punto a la recta.



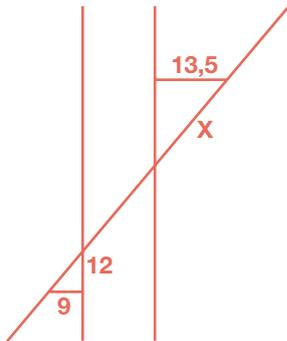
- 52.** Divide un segmento AB en cinco partes iguales sin medir longitudes sobre él.



- 53.** Dibuja tres puntos cualesquiera no alineados y la circunferencia que pasa por ellos.



54. Calcula el valor de x . ¿Qué teorema estás utilizando?



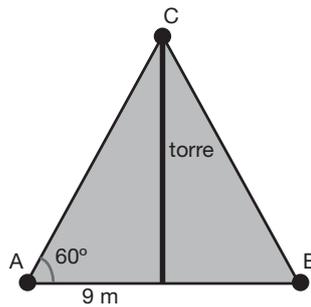
$x = 22,5$
 Los dos triángulos rectángulos son semejantes. Teorema de Tales y Teorema de Pitágoras.

55. Halla los lados y el área de un triángulo rectángulo de hipotenusa 50 cm y perímetro 120 cm.

Lados: 30 cm y 40 cm. Área: 600 cm².

56. El extremo superior de una torre se ve desde un punto del suelo bajo un ángulo de 60°. Dicho punto está a 9 m del pie de dicha torre. Dibuja la situación utilizando una escala adecuada y calcula los ángulos y la altura de la torre.

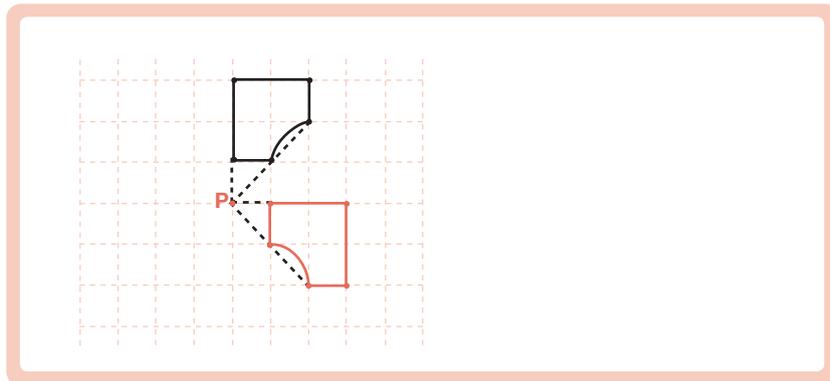
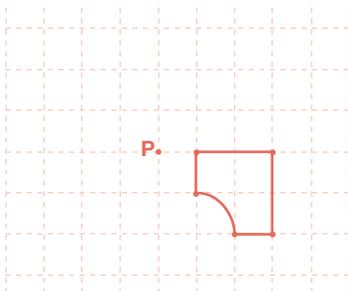
La altura de la torre es 15,59 m.



57. Tenemos un rectángulo de lados 6 y 8 cm. Construye uno semejante cuyo área sea el doble.

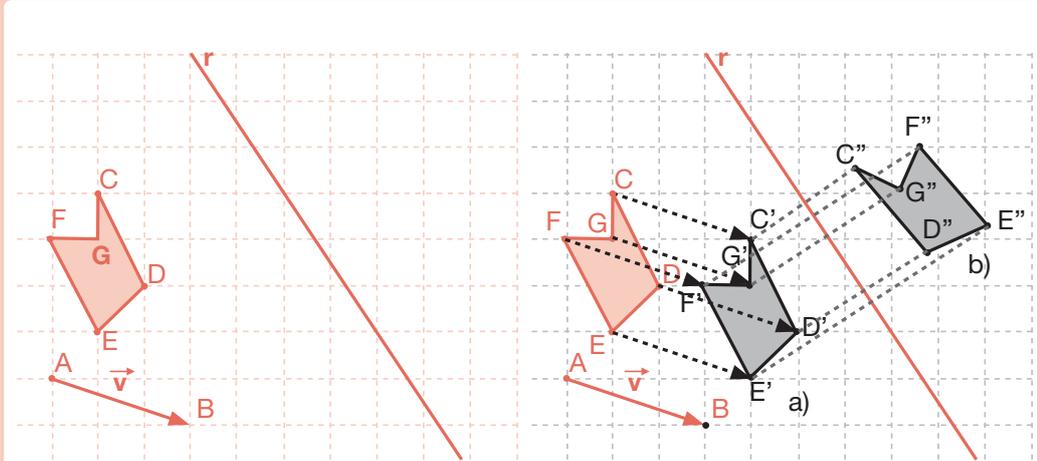
Los lados miden 8,49 y 11,31 cm.

58. Gira la siguiente figura, con centro en el punto P y amplitud de giro de 90°.

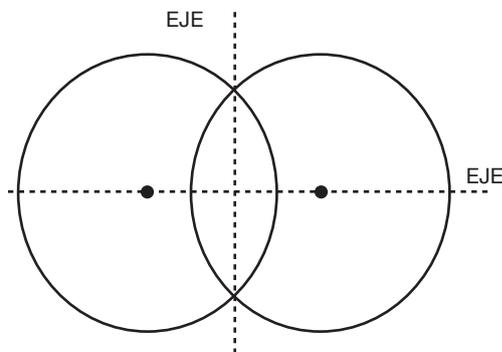


59. Dados el polígono CDEFG, el vector \vec{v} y la recta r :

- a) Dibuja la traslación del polígono dado mediante el vector.
b) Dibuja el simétrico del polígono obtenido en el apartado anterior respecto de r .



60. Dibuja dos circunferencias secantes de igual radio y busca dos ejes de simetría.



61. Un mapa está dibujado a escala 1:50.000.

- a) ¿Cuál es la distancia real entre dos puntos que en el mapa están a 23 cm?

11,5 km.

- b) Si una región tiene en el dibujo 10,5 dm² de área, ¿cuál es su verdadera extensión en km²?

262,5 km².

62. Dado un pentágono de lados 2, 3, 5, 6 y 8 cm, halla los lados de uno semejante a él cuyo perímetro sea 60 cm. ¿Cuál es la razón de semejanza?

La razón de semejanza es 2/5. Los lados son 5; 7,5; 12,5; 15 y 20 cm.

63. Si tenemos un círculo de cartón de 6 dm. de radio y queremos construir a partir de él un cuadrado:

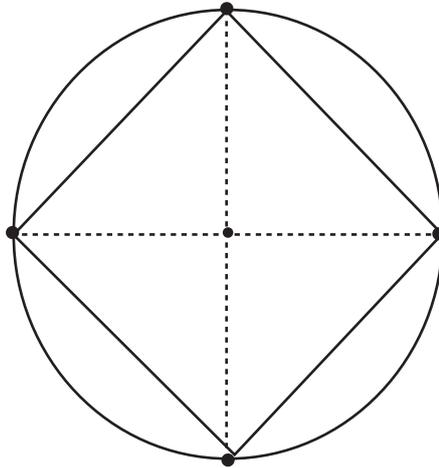
a) ¿De qué tamaño será el mayor cuadrado posible? Dibújalo y explica cómo lo haces.

b) Para dicho cuadrado calcula el perímetro y el área de cada uno de los segmentos circulares que determina sobre el círculo.

Para dibujarlo trazamos dos diámetros perpendiculares entre sí.

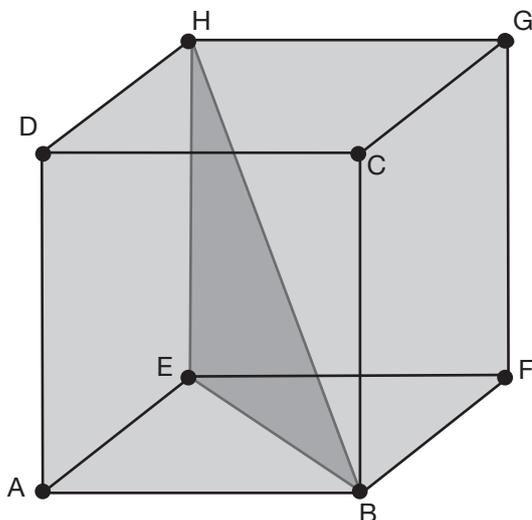
Los puntos en que cortan a la circunferencia son los vértices del cuadrado máximo.

Lado del cuadrado: 8,49 dm
 Perímetro segmento circular: 17,91 dm
 Área segmento circular: 10,27 dm²



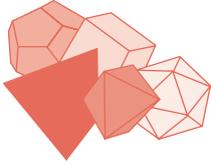
64. Dibuja un cubo y sobre él señala:

- a) Dos planos paralelos.
- b) Dos rectas paralelas.
- c) Una recta y un plano paralelos.
- d) Dos planos perpendiculares.
- e) Dos rectas perpendiculares.
- f) Una recta y un plano perpendiculares.
- g) Si la arista mide 2 cm, calcula la diagonal del cubo.



- a) ABCD y EFGH.
- b) DC y HG.
- c) EF y ABCD.
- d) ABCD y ABFE.
- e) AB y BC.
- f) DH y ABCD.
- g) 3,46 cm.

65. Nombra y describe los poliedros regulares indicando cómo son sus caras y cuántas hay en cada vértice.



Nombre	Descripción caras	Número de caras en cada vértice
TETRAEDRO	4 triángulos equiláteros iguales	3
OCTAEDRO	8 triángulos equiláteros iguales	4
ICOSAEDRO	20 triángulos equiláteros iguales	5
HEXAEDRO	6 cuadrados iguales	3
DODECAEDRO	12 pentágonos regulares iguales	3

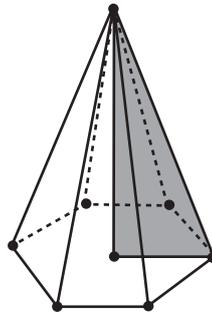
66. a) El área lateral de un prisma regular octogonal recto es 336 m^2 . Sabiendo que su altura mide 12 m , halla su arista de la base.
b) El área lateral de un cilindro de revolución es 364 m^2 . Sabiendo que su altura mide 18 m , halla el radio de la base.

a) $3,5 \text{ m}$.

b) $3,22 \text{ m}$.

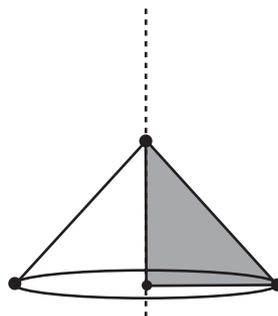
67. Dibuja una pirámide regular hexagonal recta. Sabiendo que la arista de la base mide 4 cm y que la arista lateral mide 8 cm , calcula sus áreas lateral y total.

Área lateral: $92,95 \text{ cm}^2$
Área total: $134,52 \text{ cm}^2$



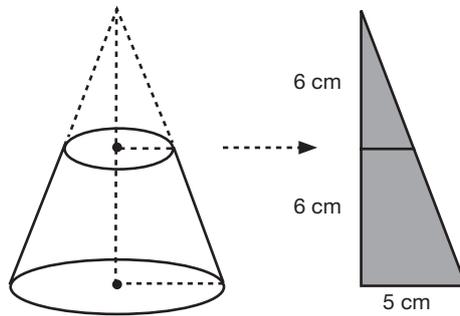
68. Dibuja el cuerpo geométrico engendrado al girar un triángulo rectángulo de catetos 6 dm y 9 dm alrededor de su cateto mayor. Calcula sus áreas lateral y total.

Área lateral = $203,89 \text{ dm}^2$
Área total = 317 dm^2



69. Un cono recto de 12 cm de altura y 5 cm de radio de la base se corta por un plano horizontal de forma que su altura queda dividida por la mitad. Dibuja la figura que queda por debajo del plano y halla su área total y su volumen.

Área total = 251,32 cm²
 Volumen = 274,89 cm³



70. Calcula el volumen de un cubo cuyo área total es 294 cm².

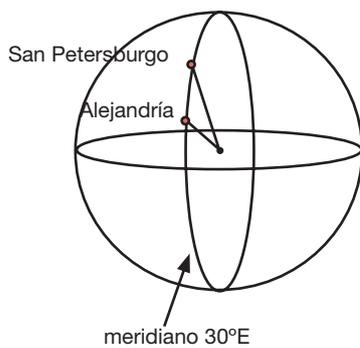
Volumen = 343 cm³

71. Un estanque tiene forma de prisma hexagonal regular recto. Su arista básica mide 3 m y su arista lateral mide 4 m. Está lleno de agua y se quiere vaciar mediante un grifo que arroja 100 litros por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse?

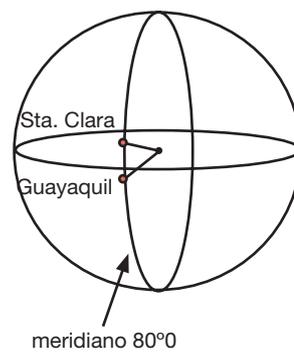
15 h 35 min 18 s

72. a) Las ciudades de San Petersburgo (Rusia) y Alejandría (Egipto) están en el mismo meridiano. Representa su situación en la superficie terrestre. Averigua su latitud y calcula la distancia entre ellas.
 b) Haz lo mismo para Guayaquil (Ecuador) y Santa Clara (Cuba).
 c) Calcula el área de la superficie terrestre (supuesta esférica), sabiendo que el radio de la Tierra es 6.378 km.

a) Latitud San Petersburgo: 60°N;
 Latitud Alejandría: 31°N.
 Distancia = 3228,2 km.

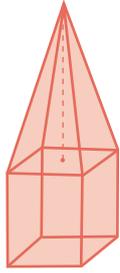


b) Latitud Guayaquil: 2°S; Latitud Santa Clara: 22°N.
 Distancia = 2671,6 km.



c) 5,11 · 10⁸ km²

- 73.** Se quiere pintar este obelisco. La parte inferior tiene forma cúbica de arista 3 m y la altura total del obelisco es 7 m. Los pintores cobran a 10 € el m^2 . Calcula lo que hay que pagar por el trabajo.



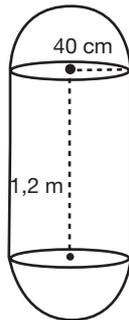
616,30 €

- 74.** Halla las áreas lateral y total de un tronco de pirámide regular que tiene por bases dos cuadrados cuyos lados miden 12 cm y 18 cm, respectivamente, y por altura 4 cm.

Área lateral = 300 cm^2 Área total = 768 cm^2

- 75.** Una caldera tiene forma cilíndrica con una altura de 12 dm y termina en una semiesfera de 40 cm de radio en cada extremo. Dibuja la figura y halla su capacidad.

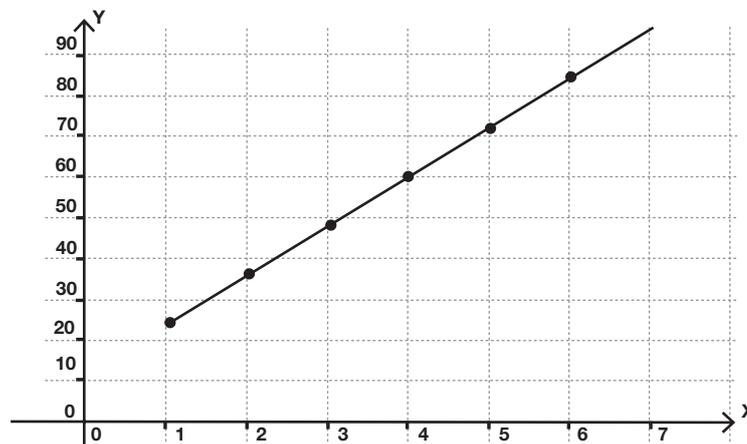
871,27 litros



3.4. Funciones y gráficas

- 76.** La siguiente tabla de valores expresa la relación entre el número x de operarios que trabajan en una cadena de montaje y el número y de piezas que ensamblan en una hora. Rellena los huecos y representa la tabla gráficamente.

x	y
1	24
2	36
3	48
4	60
5	72
6	84



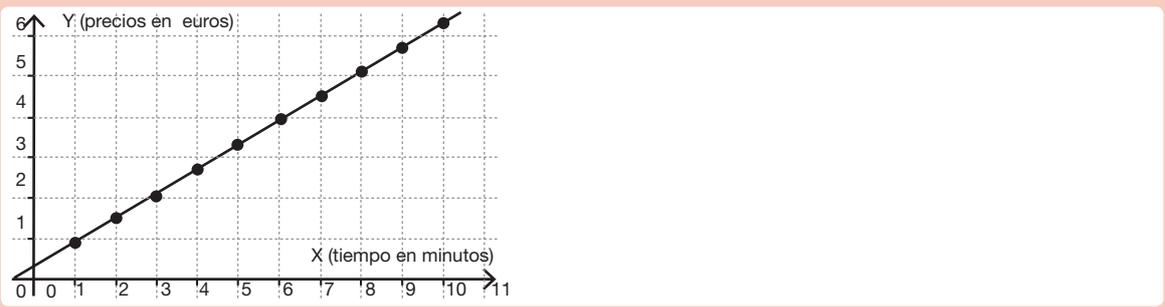
77.

Una compañía de telefonía móvil tiene establecida la siguiente tarifa para llamadas al extranjero:
 - Por establecimiento de llamada: 0,30 euros.
 - Por minuto de llamada: 0,60 euros.
 Supongamos, además, que se factura realmente por el tiempo hablado, es decir, que no facturan minutos completos, sino por los minutos y segundos reales que se haya hablado.

a) Construye una tabla de valores en la que aparezcan los precios de las llamadas de 1 a 10 minutos.

x (tiempo)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y (precio)	0,90	1,50	2,10	2,70	3,30	3,90	4,50	5,10	5,70	6,30

b) Representa la gráfica en unos ejes cartesianos, indicando qué variable se representa en cada uno de los ejes.



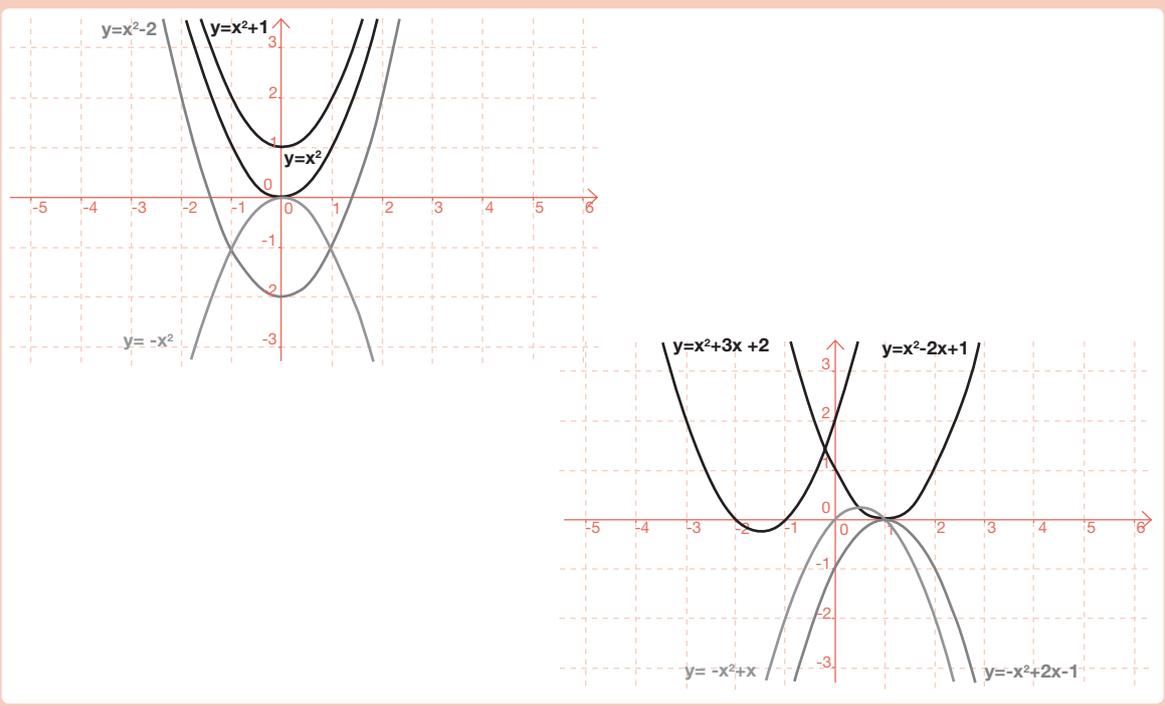
c) Calcula cuánto costará una llamada que ha durado 2 minutos y 15 segundos.

1,65 euros.

78.

Representa gráficamente las funciones siguientes:

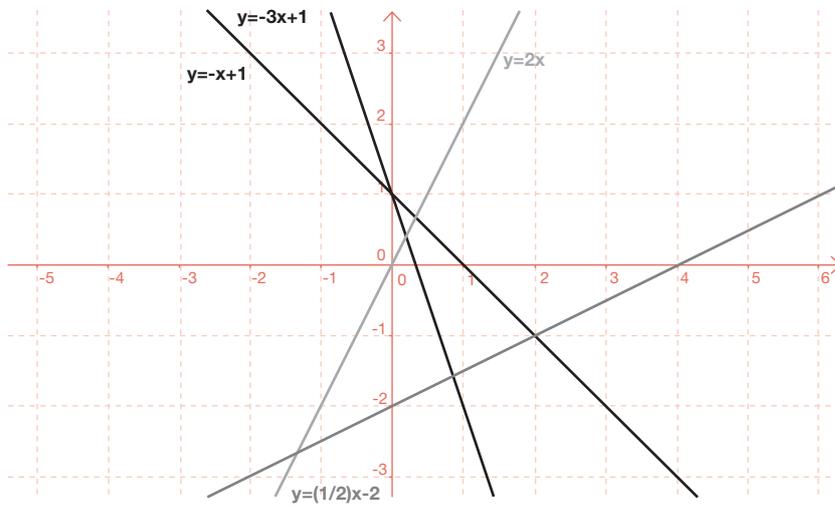
- a) $y=x^2$
- b) $y=-x^2$
- c) $y=x^2+1$
- d) x^2-2
- e) $y=x^2-2x+1$
- f) $y=x^2+3x+2$
- g) $y=-x^2+x$
- h) $y=-x^2+2x-1$



79.

Representa las gráficas de las siguientes rectas e indica en cada caso el valor de la pendiente:

a) $y=2x$ b) $y=-3x+1$ c) $y=-x+1$ d) $y=\frac{1}{2}x-2$



a) $m = 2$

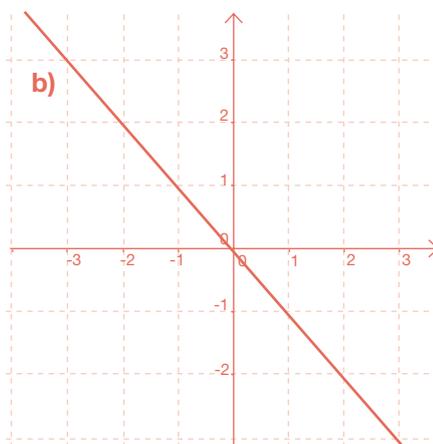
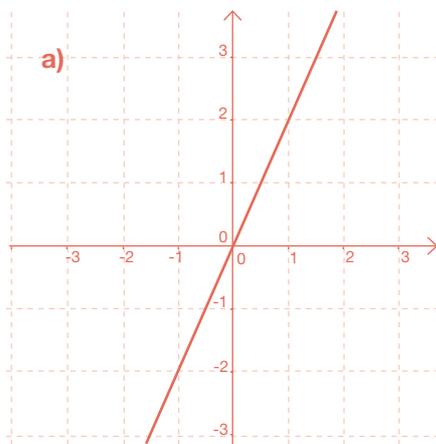
b) $m = -3$

c) $m = -1$

d) $m = 1/2$

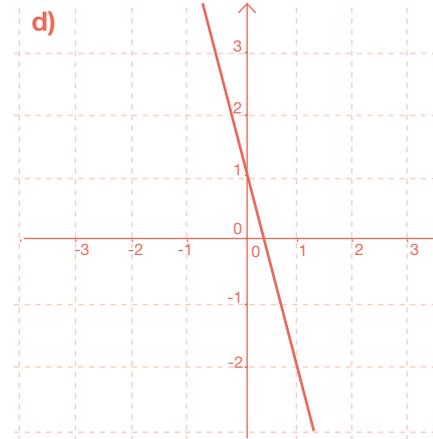
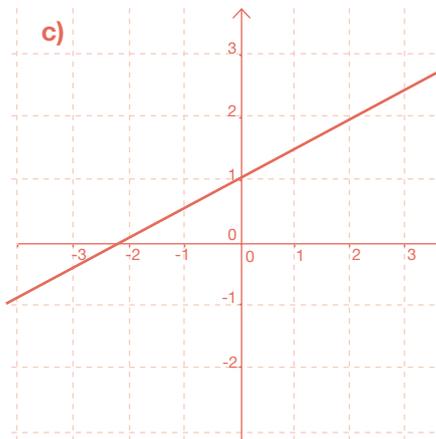
80.

A partir de las gráficas, calcula la pendiente de cada una de las siguientes rectas:



a) $m = 2$

b) $m = -1$



c) $m = 1/2$

d) $m = -3$

81.

Una persona camina 1,5 m cada segundo. Llamemos x al tiempo en segundos que lleva esa persona caminando e y a los metros que ha recorrido en el tiempo x .

a) Haz una tabla con los valores correspondientes a los metros recorridos para los 10 primeros segundos, contando desde 0.

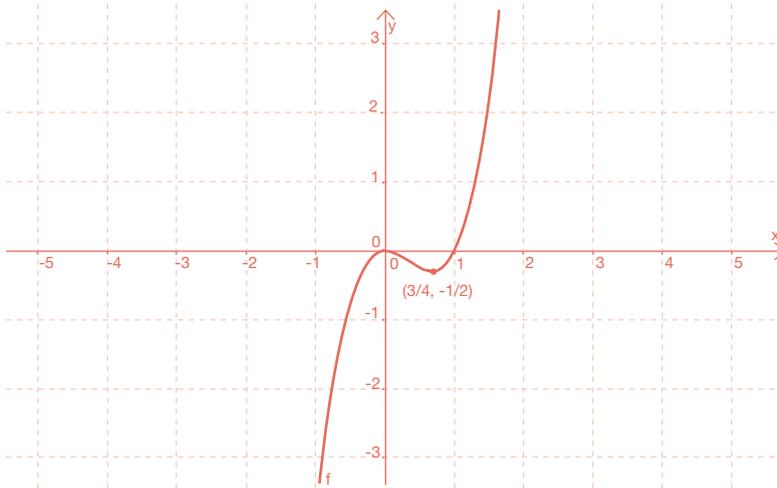
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15

b) Escribe la expresión algebraica que relaciona x e y .

$$y = 1,5x$$

82.

A partir de la observación de la gráfica de la función siguiente, indica cuál es su dominio de definición, sus puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos en los que alcanza máximos y mínimos:

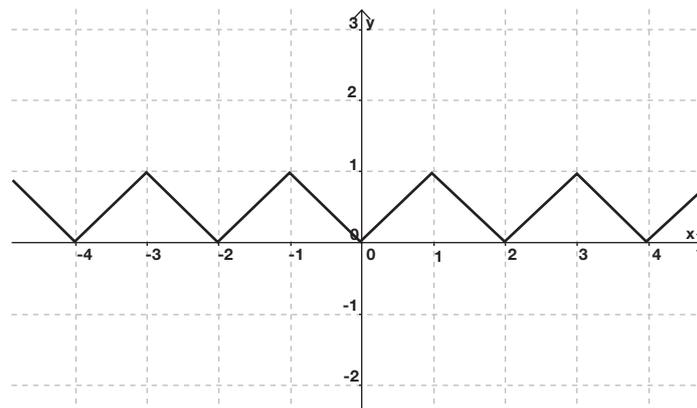


El dominio son todos los números reales; corta al eje X en $(0,0)$ y en $(1,0)$, corta al eje Y en $(0,0)$; crece en los intervalos $(-\infty,0)$ y $(3/4, +\infty)$; decrece en el intervalo $(0,3/4)$; tiene un máximo relativo en $(0,0)$ y un mínimo relativo en el punto $(3/4,-1/2)$.

83.

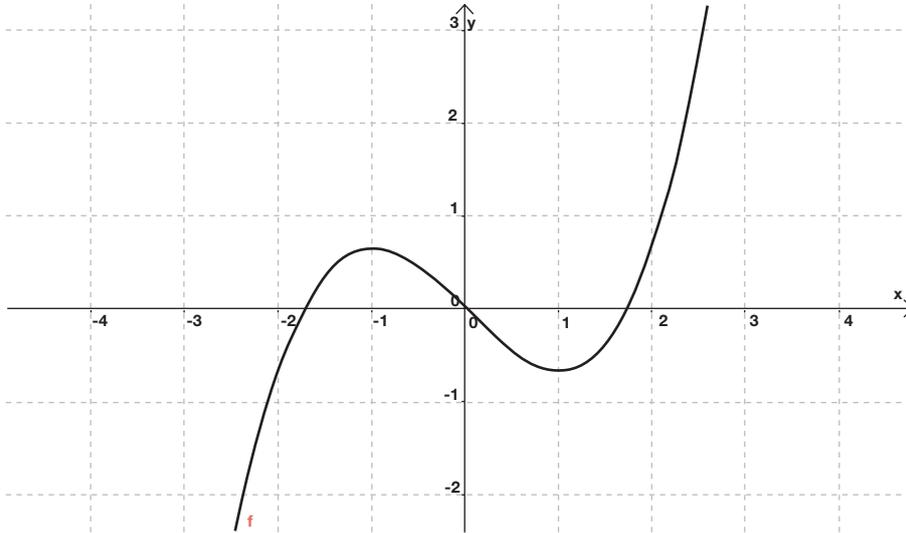
Traza la gráfica de una función que sea creciente en el intervalo $(0,1)$ y decreciente en el intervalo $(1,2)$, y que sea periódica de periodo 2 a lo largo de todo el eje X .

Una posible gráfica es la siguiente:



- 84.** Traza la gráfica de una función que pase por el origen, que tenga un mínimo en el punto $(1, -1/2)$ y un máximo en el punto $(-1, 1/2)$ y que sea simétrica con respecto del origen.

Una posible gráfica es la siguiente:



3.5. Estadística y probabilidad

- 85.** Para cada uno de los casos siguientes, indica de qué tipo de variable estadística se trata, discreta o continua:

a) Altura en cm de un grupo de alumnos de 3º de ESO.

Continua

b) Número de personas que viven en cada vivienda de un bloque de pisos.

Discreta

c) Número de goles que se han marcado en cada partido de fútbol en una jornada de liga.

Discreta

d) Temperatura máxima, en grados centígrados, que se ha dado cada día del mes de junio.

Continua

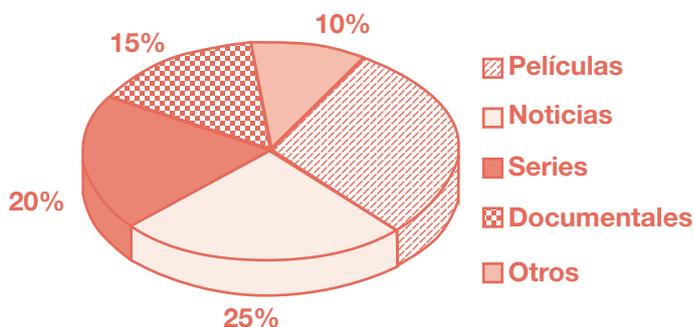
e) Tiempo semanal que dedica a hacer deporte cada alumno de un instituto.

Continua

f) Altura en metros de cada edificio del casco histórico de Madrid.

Continua

86. Una empresa de publicidad está haciendo un estudio sobre los programas de televisión más vistos. Elegidas 120 personas al azar, se les ha preguntado sobre el tipo de programas que más les gustan. Los porcentajes de las respuestas se han representado en el siguiente diagrama de sectores:



a) 30%

b) Películas: 36. Noticias: 30.
Series: 24. Documentales: 18.
Otros: 12.

- a) En el gráfico no aparece el porcentaje correspondiente a las personas a las que gustan más las películas, ¿cuál es?
b) A partir de los porcentajes, calcula cuántas personas, de las 120, han respondido por cada uno de los tipos de programas que más les gustan.

87. La profesora de Inglés ha hecho un examen en un grupo de 3º de ESO. Además de la nota del examen, ha considerado para calificar a los alumnos, notas de clase, trabajos, etc. La profesora ha anotado los resultados que ha obtenido cada alumno en la tabla siguiente:

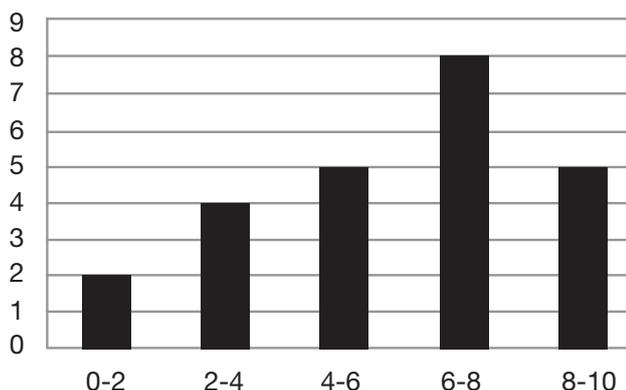
1,5	2	7,5	9,5	10	5	3,7	8
6	2,7	1	4,3	6,3	5,5	8	7
3	6	8	5,4	6	6,2	6,8	4,5

- a) Agrupa los datos en cinco intervalos de igual longitud desde 0 hasta 10 y haz una tabla de frecuencias, con las correspondientes marcas de clase. (En cada intervalo, excepto en el último en el que entran los dos, entra el extremo de la izquierda pero no el extremo de la derecha).

Intervalos	Marcas de clase	Frecuencia absoluta
0 - 2	1	2
2 - 4	3	4
4 - 6	5	5
6 - 8	7	8
8 - 10	9	5

- b) Calcula la media de los datos agrupados y represéntalos mediante un histograma.

Media=5,83



88. Completa los huecos que faltan en la tabla siguiente:

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Tanto por ciento
1	4	0,1	10%
2	6	0,15	15%
3	11	0,275	27,5%
4	11	0,275	27,5%
5	6	0,15	15%
6	2	0,05	5%

89. Para cada una de las tablas de frecuencias siguientes, calcula la media, la mediana, la moda y los cuartiles:

a) Datos	Frecuencia absoluta	b) Datos	Frecuencia absoluta
0	3	10	8
1	4	11	10
2	10	12	11
3	8	13	11
4	7	14	7

- a) Media=2,375. Mediana=2. Moda=2. Primer Cuartil=2. Segundo Cuartil=3.
 b) Media=11,98. Mediana=12. Modas=12 y 13. Primer Cuartil=11. Segundo Cuartil=13.

90. Un experimento determinista es aquel cuyo resultado se puede predecir de antemano, siempre que se reproduzca en las mismas condiciones, y un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado depende del azar. En los siguientes experimentos, indica cuál es determinista y cuál es aleatorio:

a) Lanzamos una moneda y anotamos si sale cara o cruz.

Aleatorio

b) Dejamos caer una pelota desde 2 metros de altura.

Determinista

c) Lanzamos un dado con seis caras numeradas del 1 al 6.

Aleatorio

d) Lanzamos un dado con seis caras iguales y todas ellas con un 2.

Determinista

91. Describe el espacio muestral de cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

a) Lanzamos una moneda.

$$E = \{\text{cara, cruz}\}$$

b) Lanzamos un dado de seis caras numeradas del 1 al 6.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

c) En una bolsa que contiene 3 bolas, una roja una azul y otra verde, sacamos una de las tres al azar.

$$E = \{\text{roja, azul, verde}\}$$

d) Tiramos una moneda reiteradamente hasta que salga cara por primera vez.

$$E = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ (Cada número indica el número de veces hasta que sale la primera cara).}$$

92. Tiramos una moneda y un dado. ¿Qué es más probable sacar cara con la moneda o sacar un número par en el dado?

Los dos sucesos tienen la misma probabilidad.

93. Tiramos dos dados, numerados del 1 al 6, y sumamos la puntuación. ¿Qué es más probable, obtener suma 2 u obtener suma 3?

Obtener suma 3.

94. En un instituto hay matriculados en total 600 estudiantes que están distribuidos por los diferentes cursos según la tabla siguiente:

1º ESO	2º ESO	3º ESO	4º ESO	1º Bachillerato	2º Bachillerato
150	145	120	100	45	40

Elegimos a un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que resulte ser:

a) De 1º de ESO.

$$P(1^\circ \text{ ESO}) = 1/4$$

b) De 3º de ESO.

$$P(3^\circ \text{ ESO}) = 1/5$$

c) De 2º de Bachillerato.

$$P(2^\circ \text{ Bachillerato}) = 1/15$$

d) De ESO.

$$P(\text{ESO}) = 103/120$$

e) De Bachillerato.

$$P(\text{Bachillerato}) = 17/120$$

95. Un dado tiene seis caras, de las cuales, una está etiquetada con la letra A, dos tienen la letra B y tres de ellas tienen la letra C. Tiramos el dado.

a) Describe el espacio muestral. ¿Son todos los sucesos del espacio muestral equiprobables?

$$E = \{A, B, C\}. \text{ No todos tienen la misma probabilidad.}$$

b) Calcula la probabilidad de que se dé cada uno de los sucesos que componen el espacio muestral.

$$P(A) = 1/6; P(B) = 1/3; P(C) = 1/2.$$

Ejercicios y Problemas de Matemáticas de 1º a 3º de ESO

Con la publicación de este libro de "Ejercicios y Problemas de Matemáticas de 1º a 3º de ESO", la Consejería de Educación ha querido poner en manos de los profesores de Matemáticas una colección de problemas y ejercicios que podrá servirles de ayuda a la hora de impartir sus clases.

Los 254 ejercicios y problemas se han seleccionado de forma que se abarcara todo el currículo de Matemáticas poniendo especial énfasis en aquellas cuestiones que se consideran esenciales para los alumnos de los tres primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria.

El libro incluye CD en el que se contiene versión electrónica del mismo.



www.madrid.org

